VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
ÚSTAV SOUDNÍHO INŽENÝRSTVÍ VUT v BRNĚ

# HABILITAČNÍ PRÁCE

## PROBLÉM VZNIKU VÍCEČETNÝCH ŘEŠENÍ V ANALÝZE RÁZU VOZIDEL

**Ing. Vlastimil Rábek, Ph.D.**

**Brno 2016**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

ÚSTAV SOUDNÍHO INŽENÝRSTVÍ
INSTITUTE OF FORENSIC ENGINEERING

# PROBLÉM VZNIKU VÍCEČETNÝCH ŘEŠENÍ V ANALÝZE RÁZU VOZIDEL

HABILITAČNÍ PRÁCE
V OBORU SOUDNÍ INŽENÝRSTVÍ

**Ing. Vlastimil Rábek, Ph.D.**

Brno 2016

## Poděkování

Autor habilitační práce by na tomto místě rád vyslovil hluboký dík za spolupráci panu RNDr. Ing. Jindřichu Šachlovi jr., který věnoval předmětné problematice značné množství času a úsilí a také provedl veškeré programátorské práce při vytvoření společného díla - programu Impulz Expert 1.0, pomocí kterého bylo verifikováno zejména řešení problémů II., III. a IV.

Upřímné poděkování patří panu prof. Dr. Dipl.-Ing. Heinzi Burgovi, který zpracoval odbornou recenzi k řešení problému I. a byl také nápomocen při jazykové korektuře souboru původní podoby obsahu kapitol I., II. a III. před jejich uveřejněním v odborném časopise Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik.

Stejně tak je třeba vyslovit dík panu univ. prof. Dr. Hermannu Steffanovi z University of Technology Graz, který zpracoval odbornou recenzi k řešení problému III. a byl nápomocen při provedení jazykové korektury původní podoby obsahu kapitoly IV. uveřejněné rovněž v odborném časopise Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik.

Srdečně je třeba poděkovat také panu doc. Ing. Robertu Kledusovi, Ph.D., který věnoval značné množství svého času připomínkování obsahu této práce a provedení její jazykové korektury.

# OBSAH


Motto ……..... 8

A - Problémová situace …… 8

B - Formulace problému ……..…..…..…. 11

C - Rešeršní studie ……..…….…… 14

D - Cíl práce, povaha a analýza problému, použité metody …..……..…….. 36

E - Poznámka k uspořádání habilitační práce ……..…… 42

**I. Problém: Definíce, vlastnosti a význam parametru GEV** …..……..... 43

**I. 0. Motivace k vyřešení problému I.** ……. 43

**I. 1.0. Přístup k popisu struktury ukazatele GEV** …….. 43

**I. 2.0. Kudlich-Slibarův model řešení rázu** ……...…….. 44

**I. 3.0. Energetický model řešení rázu** …….……..…. 50

I. 3.1. Stručně k problematice řešení a vstupních hodnot ……...…. 50

I. 3.2. Vlastní odvození energetického modelu řešení rázu ……..... 51

**I. 4.0. Konstrukce kontrolního střetového ukazatele GEV** ……...…. 54

I. 4.1. Základní model rozdělení deformační energie ***„Edef“*** na ***„EES$_1$, EES$_2$“***……..…….. 54

I. 4.2. Fyzikální oprávněnost rozdělení ***„Edef“*** dle *„standardní podmínky pro rozdělení **EES**“*, vztah (49) …….……..…. 56

I. 4.3. Výpočet ***EES*** a ***GEV*** vozidel 1,2 dle vztahu (52), index „***AA***“ ….. 59

I. 4.4. Průměrová analýza ukazatele ***GEV*** dle uvedených metodik ……. 60

I. 4.5. Střetový ukazatel $GEV_{AA}$ v obecném tvaru …….……...…. 62

I. 4.5.1. Vlastní odvození vztahu pro ukazatel $GEV_{AA}$ ……..…..…. 62

I. 4.5.2. Speciální tvar ukazatele $GEV_{AA}$ pro nulové tření v bodu dotyku *„$\mu = 0$“* ……..……..... 63

I. 4.5.3. Speciální tvar ukazatele $GEV_{AA}$ pro ráz bez skluzu ……... 67

I. 4.5.4. Stručně k ukazateli $GEV_{AA}$ pro ráz se skluzem ……...…. 68

**I. 5.0. Shrnutí závěrů k řešení problému I.** …….….. 69

**II. Problém: Komplexní matematický model řešení střetu vozidel v mezích technicky přijatelných hodnot, grafická interpretace řešení** …. 72

**Summary** …….……..… 72

**II. 1.0. Motivace k vyřešení problému II.** ……..…. 73

**II. 2.0. K vlastnostem nejrozšířenějších metodik řešení střetu vozidel** …. 73

**II. 3.0. Komplexní graficko-početní interpretace řešení střetu** …..…….. 76

II. 3.1. Charakteristika modelového objektu a způsob modelování …… 76

II. 3.2. Rozbor vlastností jednotlivých ploch ……... 77

II. 3.2.1. Rázové (dotykové) řešení …….……..…. 77

II. 3.2.1.1. Elipsa volného skluzu *(dále jen elipsa skluzu)* ……... 77

II. 3.2.1.2. Třecí úsečka ……..... 80

II. 3.2.1.3. Transformace elipsy skluzu při změně koeficientu restituce „**k**“ ……..….. 82

II. 3.2.1.4. Grafické znázornění řešení rázu v mezích ……..…..... 82

II. 3.2.2. Energetické řešení ……..….. 83

II. 3.2.3. Řešení střetového ukazatele GEV ……..…….. 87

II. 3.2.4. Grafické znázor. veličin vyplývajících z pohybu po střetu …. 89

II. 3.2.4.1. Obecně k problematice ……..……..…… 89

II. 3.2.4.2. Kružnice rychlostí vozidel těsně po střetu ……... 90

II. 3.2.4.3. Směry pohybů těžišť vozidel těsně po střetu - polopřímka směru …….…..…… 91

II. 3.2.4.4. Úhlové rychlosti vozidel těsně po střetu ……... 92

II. 3.2.4.4.1. Úhlová rychlost jako funkce času ……..……. 92

II. 3.2.4.4.2. Úhlová rychlost jako funkce ujeté dráhy ……. 93

**II. 4.0. Program „Impulz Expert“** …….……...…… 97

**II. 5.0. Limity řešení a přístupů k řešení střetu vozidel** ……... 100

**II. 6.0. Shrnutí závěrů k řešení problému II.** ……..……..….. 101

**III. Problém: Nahrazení vstupních veličin deformační energií** ……. 103

**Summary** ……. 103

**III. 1.0. Motivace k vyřešení problému III.** ……..……..……. 103

**III. 2.0. Rozvaha nad přístupem k řešení problému III.** ……..…….. 104

**III. 3.0. Rozdělení celkové deformační energie „Edef“ na složky „Edr“ a „Edg“** ……..……..…… 105

**III. 4.0. Základní typy případů grafické interpretace řešení rázu** ……..... 109

**III. 5.0. Možnost nahrazení velikostí tření v bodu dotyku „μ“ deformační energií „Edef“, „Edef ↔ μ"** ……..… 109

III. 5.1. Deformační energie jako funkce relativního skluzu „**s**“ a koeficientu restituce „**k**“ ……..……... 109

III. 5.2. Grafická interpretace problému vzniku energetických řešení „**Edef ↔ μ**“ …….……..... 111

III. 5.3. Shrnutí problému dvou energetických řešení pro nahrazení **„Edef ↔ μ“** ……..……..……...……. 113

III. 5.4. Vlastní výpočet dvou energetických rázových řešení …… 114

**III. 6.0. Možnost nahrazení nastavení normály dotyku „n“ deformační energií „Edef“, „Edef ↔ n“** …….……..….... 118

**III. 7.0. Možnost nahrazení vektoru diference dotykových rychlostí před střetem „ΔvB“ deformační energií „Edef“, „Edef ↔ ΔvB“** …… 121

**III. 8.0. Praktická využitelnost získaných poznatků v programech** ……. 121

**III. 9.0. Smysluplnost nahrazení „Edef ↔ μ“ pro ráz se skluzem** …… 123

**III. 10.0. Shrnutí závěrů k řešení problému III. ……..……..……** 124

**IV. Problém: Modelování střetu vozidel s porušením struktury** ….….. 128

**Summary** …….……..... 128

**IV. 1.0. Motivace k vyřešení problému IV.** ..……..... 128

**IV. 2.0. Stručně k základním znakům případu z praxe** ……...…..... 129

**IV. 3.0. Řešení střetu vozidel, program Impulz Expert 1.1** ……... 131

IV. 3.1. Řešení střetu vozidel pro ráz bez skluzu - porušení struktury …..... 131

IV. 3.2. Řešení střetu vozidel pro ráz se skluzem …….….. 133

**IV. 4.0. Ověření obou vypočítaných řešení v programu PC-Crash 6.2** …. 134

**IV. 5.0. Fyzikální interpretace obou typů vzniklých řešení** …… 136

IV. 5.1. Interpretace řešení se záporným koeficientem restituce ……..… 136

IV. 5.2. Interpretace řešení rázu se skluzem ……..….. 138

**IV. 6.0. Shrnutí závěrů k řešení problému IV.** ……..... 141

F - Závěr …….…….. 145

G - Použitá literatura ……..…….…….……..……..…. 149

**Přílohy: Přehled použitých veličin, substitucí, zkratek a dovozených závěrů**

**P - 1. Přehled vybraných použitých veličin** ……..……..…….. 152

**P - 2. Přehled použitých substitucí** ……..……. 154

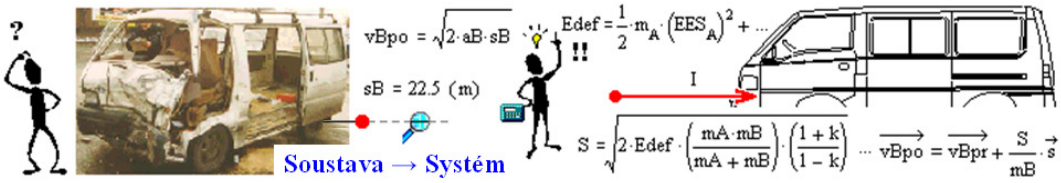
**P - 3. Přehled použitých zkratek** ……..... 154

**P - 4. Přehled dovozených závěrů (vět)** ……..……...…… 155

## Motto

- O mnohé věci se nepokoušíme ne proto, že jsou těžké, ale těžké jsou proto, že se o ně nepokoušíme. …. *římský filozof a básník 4. př. n. l - 65 n.l. Seneca Lucius Annaeus*

- Všeho zkuste, což dobrého jest, toho se držte. …. *epištola svatého Pavla*




## A - Problémová situace

Kvalita technického posouzení dopravních nehod znalci z oboru „Doprava“ má přímý dopad na právní hodnocení příčin vzniku a průběhu dopravních nehod formou rozhodnutí soudů, odborů dopravně-správních činností či například i pojišťoven. Věcná správnost znaleckých posudků a formulační přesnost znalců má při návazném právním posouzení daného skutku značný vliv na stanovení míry zavinění a potrestání těch účastníků dopravních nehod, kteří se dopustili protiprávního jednání. Proto tedy i kvalitní znalecký posudek napomáhá formovat postoj a důvěru občana vůči státu a jeho orgánům s tím, že téměř každý občan, anebo někdo z jeho blízkých, či známých, byl někdy v životě určitým způsobem účasten na nějaké silniční dopravní nehodě. Prostřednictvím podaných znaleckých posudků tedy občané pociťují dopady vědeckých metod a zkoumání na jejich osobní život. Společenské dopady kvality znaleckých posudků z oboru „Doprava“ jsou tedy bezprostřednější a silnější, než je tomu u většiny jiných vědních oborů.

Vymezení cílů výzkumu resp. konkrétních problémů by mělo vycházet z hlubokého porozumění problémové situaci a z potřeb praxe. Vědečtí pracovníci

by tedy neměli být odtrženi od potřeb praxe, protože i následná praktická použitelnost ověřených výsledků výzkumu je velmi důležitá. Oba tyto atributy měl habilitant na mysli při rozvaze nad vlastním tématem habilitační práce i nad identifikací jednotlivých problémů. Inspiraci pro vlastní téma habilitační práce a výběr problémů habilitant čerpal zejména ze zahraniční i tuzemské odborné literatury, konferencí znalců a také ze své 20leté praxe znalce a pedagoga s výrazným zaměřením na výzkum v oboru.

Tato habilitační práce si vytkla za cíl vyřešit některé dlouhodobé problémy resp. výzvy, které teorie či praxe řešení rázu dopravních prostředků přinesla a stále přináší jak soudním znalcům, tak i tvůrcům simulačních programů pro rekonstrukci dopravních nehod *(dále jen programy)*. Problémovou situací je *„nestandardní situace, odlišná od běžné situace v tom, že její vyřešení vyžaduje použít i jiné než rutinní, tj. známé, resp. i algoritmizované činnosti“*, [7], str. 53-A.

Habilitant si v průběhu mnoha let své praxe povšimnul, že **některé číselně dané kombinace vstupních veličin pro řešení rázu vozidel** *(dále jen vstupních veličin rázu či střetu)* **mohou vést ke stejným výsledkům řešení rázu** dopravních prostředků **a naopak**, že pokud se ve vstupních veličinách rázu **vyskytuje deformační energie „Edef“** např. ve formě „$EES_1$ a $EES_2$“, **potom mohou vzniknout vícečetná řešení rázu, což představuje nemalý interpretační problém výsledků řešení** jak pro znalce, tak i pro tvůrce programů. Zejména právě proto se v programech pro analýzu dopravních nehod dosud příliš neprosadil způsob výpočtového modelování, při kterém by do algoritmu výpočtu rázu bylo možné jako vstupní veličinu přímo zadat řešitelem úlohy odhadnutou hodnotu deformační energie „Edef“, což je nepochybně škoda. Znalec **je totiž schopen veličinu „Edef“ odhadnout nepoměrně lépe resp. přesněji, než jiné rázové veličiny, kterými je také deterministicky určeno diskrétní řešení rázu** (např. tření v dobu dotyku - „**μ**“, normála dotyku - „**n**“), viz podrobně vysvětlení dále. Výpočtové algoritmy programů sice následně poskytují hodnotu „Edef“, avšak pouze jako veličinu výstupní a tedy jen kontrolní, kterou uživatel programu může

jen pasivně porovnávat se svým odhadem této veličiny a zpětně usuzovat na celkovou správnost dosaženého řešení.

Dalším dílčím řešitelským problémem ve spojení s výpočtovými algoritmy většiny programů pro rekonstrukci dopravních nehod je **invariabilita sady vstupních veličin pro řešení rázu**; tyto programy tedy zpravidla **neumožňují, aby si jejich uživatel zvolil, dle konkrétní potřeby, ty vstupní veličiny**, které je schopen dobře kvantifikovat, před jinými, jejichž hodnoty zpravidla není schopen ani zhruba odhadnout (např. „**μ**, **n**“). Navíc tyto programy zpravidla **umožňují zadávat vstupní veličiny jen diskrétní hodnotou**, tedy nikoli intervalem technicky přijatelných hodnot, ať již pomocí zadání mezí intervalu hodnot, či pomocí rozdělení pravděpodobnosti výskytu vybrané vstupní veličiny v určitém intervalu. Výjimku tvoří pouze tzv. vyšší verze programu Analyzer Pro. Uživatel běžného programu pro rekonstrukci dopravních nehod vždy řeší tzv. **nepřímý příčinný problém**, [7], str. 127-A, a stojí při řešení rázu před poměrně **složitou optimalizační úlohou.** Při použití běžných simulačních programů mu zpravidla nezbývá nic jiného, než s využitím svých zkušeností a s pomocí **metody „pokus - omyl“ nalézt složitou rovnováhu mezi diskrétně zadanými vstupními veličinami a veličinami výstupními** [7], str. 49-A. I pomocí takovéhoto přístupu však lze nalézt technické řešení dopravní nehody resp. střetu vozidel, ale taková metoda není příliš vhodná, protože neříká nic o rozmezí technicky přijatelných hodnot výstupních veličin. Nalezení řešení je navíc poměrně pracné a z hlediska možností uplatnění systémového přístupu není aplikace metody „pokus - omyl“ metodou optimální. Sarkasticky řečeno, řešitel tímto způsobem přístupu snadno může nenalézt „jiné jediné řešení“ rázu vozidel, [29], str. 33, nemluvě o problému spojeném s vymezením intervalu spolehlivosti řešení na základě jeho citlivosti ve vztahu k hodnotám vstupních veličin.

Habilitant hodlá **důsledně prověřit zejména možnosti nahrazení obvyklých vstupních rázových veličin („k, μ, n, ΔvB“) deformační energií „Edef“, a to dokonce i s možností zadávat tuto intervalem technicky přijatelných hodnot deformační energie „Edef“.** Pro orientační posouzení stability řešení resp.

citlivosti řešení k jednotlivým vstupním veličinám bude jako prostředek využit **nově vytvořený model využívající možností graficko-početního interpretace řešení rázu** a program Impulz Expert 1.1, jehož je habilitant spoluautorem.

Habilitanta také velmi zaujal problém kontrolního rázového ukazatele „GEV“, který není v zahraniční odborné literatuře a publikacích vždy jednotně vymezen. Nemalá část znalců, kteří dostatečně neznají zahraniční odborné práce a setkávají se s teorií rázového ukazatele „GEV“ jen velmi sporadicky na konferencích, či v manuálech k obsluze simulačních programů, má tendenci, bez hlubšího porozumění věci, nekriticky porovnávat škálu doporučených hodnot kontrolního rázového ukazatele „$GEV_{AA}$“ pro jednotlivé typy rázů s jeho vypočítanými hodnotami „$GEV_1$ a $GEV_2$“, použitými zejména v programu PC-Crash, [25]. Podstatné je, že **tyto vypočítané hodnoty „$GEV_1$ a $GEV_2$“ nejsou ani vzdáleně slučitelné se základní (jinou, unitární) definicí rázového ukazatele „$GEV_{AA}$“,** ve smyslu KTL [2] a programu CARAT [3]. V důsledku tohoto neporozumění předmětné problematice vznikají zbytečné názorové diskrepance mezi znalci, ve kterých mohou dalším osobám zcela unikat skutečné důvody různosti závěrů znaleckých posudků. V přeneseném slova smyslu, i různou resp. „dvojakou“ definici rázového parametru „GEV“ lze chápat jako jeden z případů vícečetných řešení v oboru rázu vozidel, kdy objasnění dané problematiky navíc bude pro každodenní praxi znalců nepochybně užitečné.

## B - Formulace problému

*„Problém je subjektem naformulované podstatné skutečnosti z problémové situace, které vyžadují řešení“*, [7], str. 53-A. V předchozí kapitole byla formou problémové situace popsána motivace autora zabývat se problematikou tzv. vícečetných řešení v analýze rázu vozidel. Určitým shrnujícím způsobem lze uvést, že při využití současných běžných analytických postupů realizovaných v tzv. simulačních programech pro rekonstrukci dopravních nehod se mohou vyskytnout

případy, kdy na bázi téhož výpočtového algoritmu řešení úlohy rázu můžeme s různými diskrétními sadami hodnot vstupních veličin dospět k identickému řešení rázu, či naopak kdy využití deformační energie „Edef“ jako vstupní veličiny může vést ke vzniku vícečetných řešení rázu. Další samostatný problém spočívá v tom, že řešitel rázu vozidel řeší poměrně složitou optimalizační úlohu s deterministicky danými vazbami vstupních a výstupních veličin, přičemž není schopen vymezit hodnoty některých vstupních veličin ani přibližně. Přitom by možnost zadání vstupních veličin v určitém intervalu technicky přijatelných hodnot byla velmi žádoucí. Při současném přístupu k řešení střetu dopravních prostředků v tzv. simulačních programech se řešitel jednak nepřímo potýká s invariabilitou sady vstupních údajů a také nemá „před očima“ grafickou interpretaci množiny všech možných řešení rázu. V naprosté většině případů pak ani neví, zda úloha má či nemá více řešení a jak je řešení citlivé ke změnám vstupních veličin. Různá vymezení kontrolního rázového ukazatele GEV jsou samostatným problémem vícečetných řešení rázu, který však spočívá jen v různých vyjádřeních (definicích) tohoto parametru, který se vyskytuje v zahraniční odborné literatuře a v některých příručkách k obsluze programů pro rekonstrukci dopravních nehod.

**Vyřešit obecně formulovanou problémovou situaci vyžaduje vyřešit několik konkrétně formulovaných problémů. Po rozvaze budou nyní jednotlivé problémy vymezeny v tomto modifikovaném pořadí:**

**Problém I.:** Spočívá v existující neujasněnosti dané různým chováním kontrolních parametrů GEV ve vazbě na dva rozdílné způsoby jejich vymezení.

*Cílem řešení je ujasnit vliv způsobu vymezení rázového kontrolního parametru GEV na jeho velikost včetně aplikačních důsledků a rovněž popsat rozhodující vlastnosti a význam parametru* $GEV_{AA}$ *pro základní typy rázu, kterými jsou ráz bez skluzu - se skluzem, ráz centrický - excentrický, ráz pružně-plastický - plastický.*

**Problém II.:** V současné době neexistuje matematický model či program, který by umožňoval na pozadí graficko-početního řešení aplikovat všechny v současnosti známé fyzikální podmínky pro řešení rázu dopravních prostředků. Rozumí se tím možnost zadávat jako vstupní veličiny výpočtu též veličiny popisující projevy soustavy vozidel, mezi kterými došlo k rázu, a další známé příp. dobře odhadnutelné (kvantifikovatelné) veličiny popisující vlastnosti struktury soustavy, procesy probíhající na soustavě, vč. známých charakteristik popisujících aktivace a ovlivnění.

*Cílem řešení je vytvořit komplexní matematický model pro řešení rázu vozidel včetně energetických a dotykových podmínek umožňující zadávání vstupních veličin v intervalu technicky přijatelných hodnot. Matematický model musí být sestaven takovým způsobem, aby byl vhodný pro graficko-početní interpretaci řešení rázu. Pro potřeby výzkumu v oboru i praxi je třeba popsat a vysvětlit důležité zákonitosti řešení a možnosti jejich fyzikální interpretace.*

**Problém III.:** V současnosti existuje v oboru řešení rázu dopravních prostředků problém spočívající ve vzniku vícečetných řešení rázu, pokud deformační energie „Edef“ vstupuje do výpočtu jako (aktivní) vstupní veličina. Přitom může být využití vstupní veličiny „Edef“ zajímavou analytickou možností, neboť tuto veličinu je zpravidla schopen řešitel odhadnout nepoměrně lépe, než některé jiné ze (stávajících) vstupních rázových veličin (zejména „μ“, „n“).

*Cílem řešení je vyřešit graficko-početním způsobem problém vzniku vícečetných řešení rázu vozidel, kdy odhadnutá veličina - deformační energie „Edef“ bude ve výpočetním algoritmu představovat vstupní veličinu a postupně tak nahrazovat jiné obvyklé resp. „ortodoxní“ vstupní veličiny („μ, n, ΔvB“). Aby řešení rázu nebylo tzv. „přeurčené“ je třeba zcela konkrétně stanovit, které ze stávajících vstupních veličin a za jakých podmínek může deformační energie „Edef“ nahradit.*

**Problém IV.:** Velmi diskutovanou otázkou mezi znalci i autory odborných a vědeckých prací je problematika využití tzv. záporného koeficientu restituce „-k“

v případech kolizí dopravních prostředků, kdy u jednoho z nich došlo k tzv. porušení struktury deformační zóny. Názorové spektrum ohledně fyzikální „oprávněnosti“ použití záporného koeficientu restituce je u tuzemské či zahraniční odborné veřejnosti velmi široké. Daný problém také jednoznačně spadá do oboru vícečetných řešení rázu vozidel, neboť při porušení struktury deformační zóny jednoho z vozidel lze zpravidla stejné řešení rázu vozidel dosáhnout jak s využitím záporného koeficientu restituce, tak i bez něj.

*Cílem řešení je objasnit případy střetu vozidel s porušením struktury deformační zóny jednoho z vozidel v oboru matematického modelování daného jevu s využitím tzv. „záporného“ koeficientu restituce („-k“). Dále bude zkoumána možnost nalezení téhož řešení s kladným koeficientem restituce („k“) a k němu příslušnou sadou hodnot dotykových veličin („$\mu$, n“).*

## C - Rešeršní studie

Cílem této kapitoly je především shromáždění, uspořádání a zhodnocení informací souvisejících s řešením stejných, blízkých či příbuzných problémů ze strany jiných autorů či vědeckých týmů. Pokud budou nalezena úplná či dílčí řešení těchto problémů, bude třeba tato zkoumat i z hlediska úrovně, rozsahu a věrohodnosti řešení. Tím bude také transparentním způsobem předložen současný poznatkový standard při posuzování novosti a přínosu této habilitační práce, [7], str. 124-A.

Podstatné publikace ke zkoumané problematice budou uvedeny chronologicky za sebou, tak aby bylo patrné nejen **JAK** ale také **PROČ** se ve vztahu k formulaci problémů vyvíjely zásadní poznatky, názory, přístupy a možnosti řešení střetu dopravních prostředků. Tato kapitola je pojata jako rešeršní studie, [7], str. 124-A, a proto v ní habilitant otevřeně uvádí i svůj pohled na stav a vývoj stejných, či

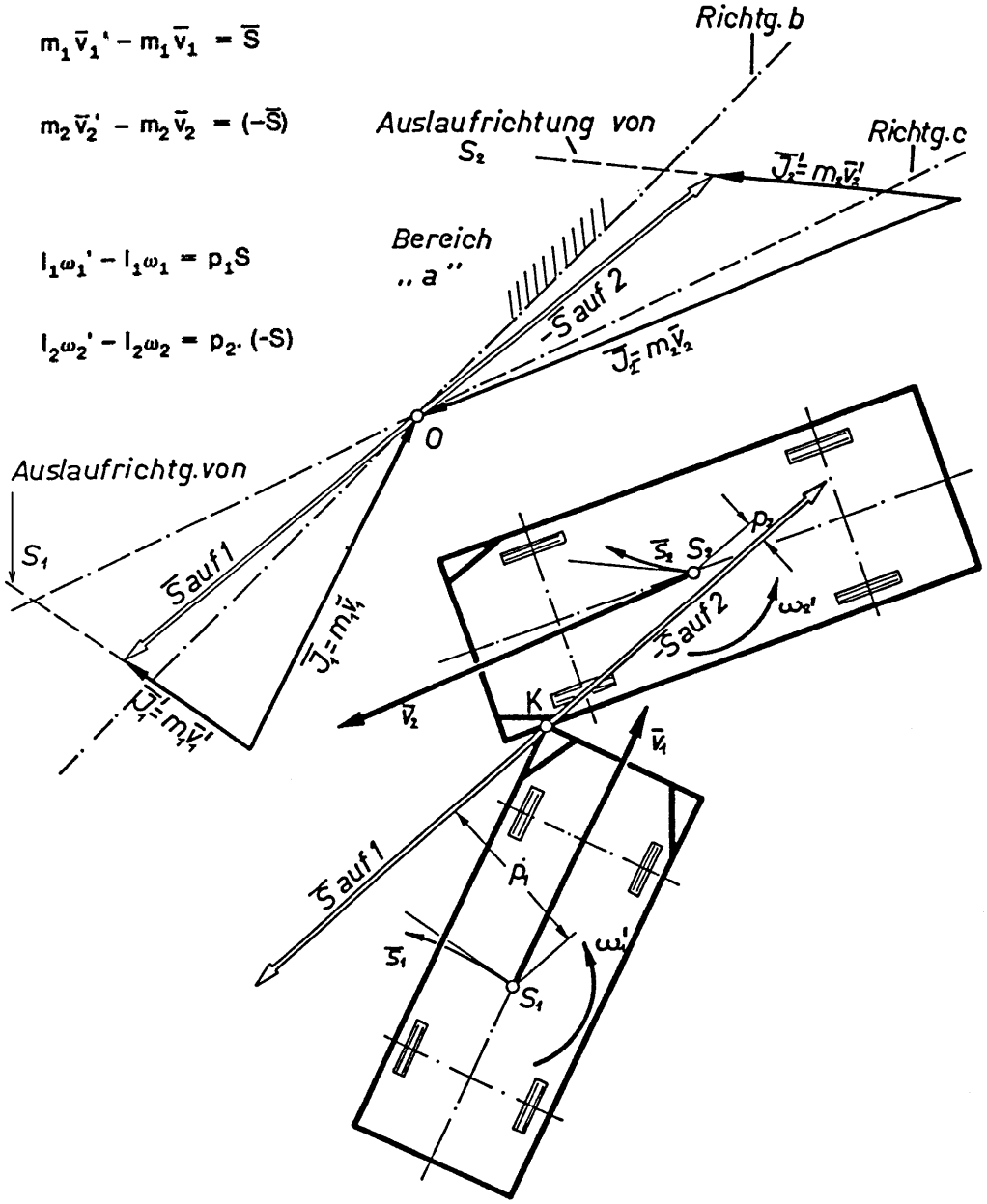
příbuzných řešených problémů v odborné literatuře a také své mínění ohledně dopadů příslušných změn metodických postupů do praxe.

**Algoritmus řešení rázu dopravních prostředků je z hlediska kvality i kvantity aplikovaných fyzikálních zákonitostí vždy dominantně založen na tzv. rovnováze hybností vozidel** *(resp. kolizních objektů)*, kdy dané řešení je realizováno v tzv. uzavřené soustavě. Technické předpoklady pro takový typ řešení úlohy spočívají zejména v tom, že na vozidla během kolize nepůsobí vnější síly *(adhezní, gravitační …)* a také v tom, že ke kolizi resp. změně pohybového stavu vozidel dochází v nekonečně krátkém časovém okamžiku.

Analytické postupy při řešení rázu vozidel cca do roku 1965 byly často založeny na přespříliš zjednodušených technických předpokladech a fyzikálních modelech a není potřeba k nim v současnosti již vůbec přihlížet *(tzv. korelační diagram, přímý odhad nárazových rychlostí dle poškození vozidel apod.)*

Zejména v letech cca 1970 - 1985 byla při řešení nehodového děje téměř výhradně využívána metoda tzv. „zpětného odvíjení nehodového děje“, v rámci které je řešení metodicky přirozenější, neboť řešitel využívá známé vstupní veličiny a postupně dovozuje veličiny neznámé, které jsou potřebné pro dosažení celkového řešení daného typu úlohy. Z konečných poloh vozidel řešitel určí zejména pohybový stav vozidel těsně po střetu a tím jsou dány pro řešení střetu příslušné vektory rychlostí vozidel i tzv. úhlové rychlosti vozidel po střetu. Řešení střetu bylo v uvedeném období prováděno především na bázi řešení rovnováhy hybností vozidel *(tzv. DRHI - **D**iagram **R**ovnováhy **H**ybností a **I**mpulzů).* Vlastní řešení střetu bylo prováděno zpravidla formou tzv. graficko-početního řešení. Vstupními veličinami byly vektory hybností obou vozidel po střetu a směry vektorů rychlosti pohybu před střetem. Výstupními veličinami jsou hodnoty rychlostí pohybu vozidel před střetem a vektor impulzu rázové síly, který působil na obě vozidla v okamžiku střetu. Vektor impulzu rázové síly vzhledem k poloze těžišť vozidel má zpravidla zásadní vliv na velikost úhlových rychlostí obou

vozidel po střetu („$\omega_1$`, $\omega_2$`“), kdy tyto údaje jsou zpravidla následně využity jen jako kontrolní parametr pro posouzení správnosti hybnostního řešení. Na obr. 1 je uveden výše popsaný hybnostní systém řešení střetu vozidel, který byl (zřejmě) poprvé publikován v roce 1973.




*Obr. 1 Výběr podstatných vyobrazení graficko-početního řešení střetu vozidel na základě rovnováhy hybností dle prof. A. Slibara, [24]*

Zjednodušeně řečeno, pokud má uspořádání kolize vozidel typický tzv. „rovinný charakter“ (2D), pak obsah takovéhoto hybnostního řešení (tzv. DRHI) není ničím jiným než nalezením řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých, které bylo často prováděno grafickou formou. V podstatě se jedná o řešení velmi jednoduché a navíc deterministické úlohy. Další autoři se pak již podíleli jen na praktickém vylepšení řešení, např. vylepšená konstrukce diagramu s využitím vlastností rovnoběžníku [31], str. 111 a [6], str. 266, uspořádání vektorů hybností vozidel po střetu tzv. „za sebe“ [27], str. 88-91 a ryze numerické řešení DRHI [17]. Uvedené navazující práce tedy již nepředstavují žádný metodologický „průlom“, představují spíše opravdu jen drobná vylepšení poměrně triviální úlohy. Určitým omezením metody DRHI je možnost zadat vstupní veličiny jen jednou (diskrétně danou) hodnotou a nikoliv rozmezím technicky přijatelných hodnot. Protože se v mezidobí poměrně dramaticky změnil způsob řešení dopravních nehod, není tato metoda „DRHI“ či jinými autory modifikovaná metoda řešení rovnováhy hybností již v praxi využívána.

Z diskrétního hybnostního řešení rázu vozidel bylo v minulosti zpravidla vypočítáno několik kontrolních (zpětnovazebních) veličin, a to deformační energie „Edef“, případně rozdělená podle jedné z hypotéz na energetické ekvivalentní rychlosti „$EES_1$“ a „$EES_2$“, a dále úhlové rychlosti vozidel po střetu „$\omega_1$`, $\omega_2$`“, pomocí II. impulsové (impulsomomentové) věty, [1], kap. 7.3.2, str. 107 a kap. 7.4.3, str. 112. Hodnoty veličin „$EES_1$, $EES_2$, $\omega_1$`, $\omega_2$`“, určené z hybnostního typu řešení rázu, byly porovnávány s hodnotami těchto veličin, které byly určeny jinými - nezávislými postupy. Hodnoty „$EES_1$, $EES_2$“ byly určeny odhadem přímo ze snímků poškození vozidel; úhlové rychlosti vozidel po střetu „$\omega_1$`, $\omega_2$`“ zase byly stanoveny jednoduchým výpočtem z plánku místa dopravní nehody.

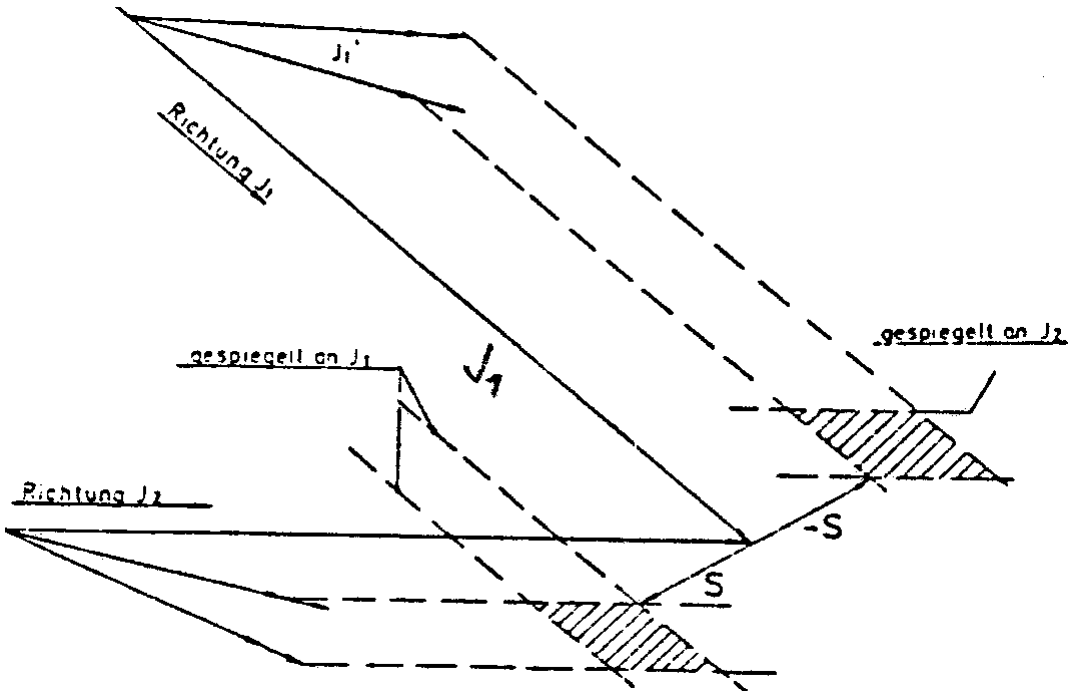
Z metodického hlediska nebyl daný přístup optimální a bylo třeba provést určité změny. Přestože deterministické řešení úlohy založené na modelu rovnováhy hybností bylo jednoduché, zpravidla nebylo pro praxi dostatečně spolehlivé resp. přesné. Je to dáno tím, že **většina vstupních údajů o směrech a rychlostech vozidel po střetu i před střetem není přesně dána** a v praxi analytiků dopravních

nehod bylo třeba tyto údaje **odhadovat či určit pomocí jednoduchých podpůrných výpočtů a poměrně silných technických předpokladů**. Použití silných technických předpokladů se vztahovalo především k pohybu vozidel po střetu, viz dále. Řešitel úlohy nebyl do roku cca 1990 často schopen seriózním způsobem analyzovat zejména jízdní dynamiku vozidel po střetu a upřesnit tak s podporou PC algoritmů pohybové stavy obou vozidel těsně po střetu. Těžiště vozidel se mezi polohami střetovými a konečnými totiž nepohybují po přímce, což činilo problém zejména v případech, kdy na vozovce nevznikly viditelné stopy pneumatik obou vozidel alespoň krátce po střetu. Průběh poklesu úhlové rychlosti vozidel po střetu nemá navíc lineární charakter (ani přibližně), což je dáno značnou proměnlivostí tangenciálních a příčných sil na pneumatikách vozidla vzhledem k okamžitému natočení daného vozidla vůči jeho podélné ose. Výše uvedené jízdně-dynamické jevy mají tedy přímý a současně nezanedbatelný vliv na odhad vstupních veličin pro výpočet rázu. **Znalec zpravidla nebyl schopen do roku cca 1990 jízdně-dynamické jevy seriózně zohlednit, a přitom příslušné vstupní údaje pro řešení střetu nezbytně potřeboval**. Pro dosažení určenosti řešení DRHI (směry pohybu těžišť vozidel po střetu) a proveditelnost kontrolních výpočtů („$\omega_1$`, $\omega_2$``“) znalci zpravidla nezbylo nic jiného, než aby potřebné veličiny dovodil na základě velmi silných technických předpokladů, ať již s pomocí podpůrných výpočtů či bez nich.

**Značné problémy představovaly zejména kolize protijedoucích vozidel s minimální excentricitou nárazu**, přičemž stanovení polohy impulzu rázové síly bylo velmi citlivé k nepřesnostem ve vstupních údajích *(velmi ostré úhly vektorů hybností vozidel před i po střetu),* [28], str. 90 a také [29], str. 33. U tohoto typu kolizí je výpočet vektoru impulzu rázové síly velmi citlivý vzhledem k nepřesnému stanovení hybností vozidel před a po střetu. Proto je i hybnostní řešení kolizí daného typu značně nestabilní.

Proto bylo zcela namístě vyrovnat se s danými nepřesnostmi (nízká excentricita) a neurčitostmi (jízdní dynamika) zatím alespoň tím, že budou v rámci

hybnostního řešení uvažovány nepřesně dané veličiny v mezích technicky přijatelných hodnot. Na obr. 2 je uveden hybnostní systém řešení střetu v mezích technicky přijatelných hodnot publikovaný poprvé v roce 1980.

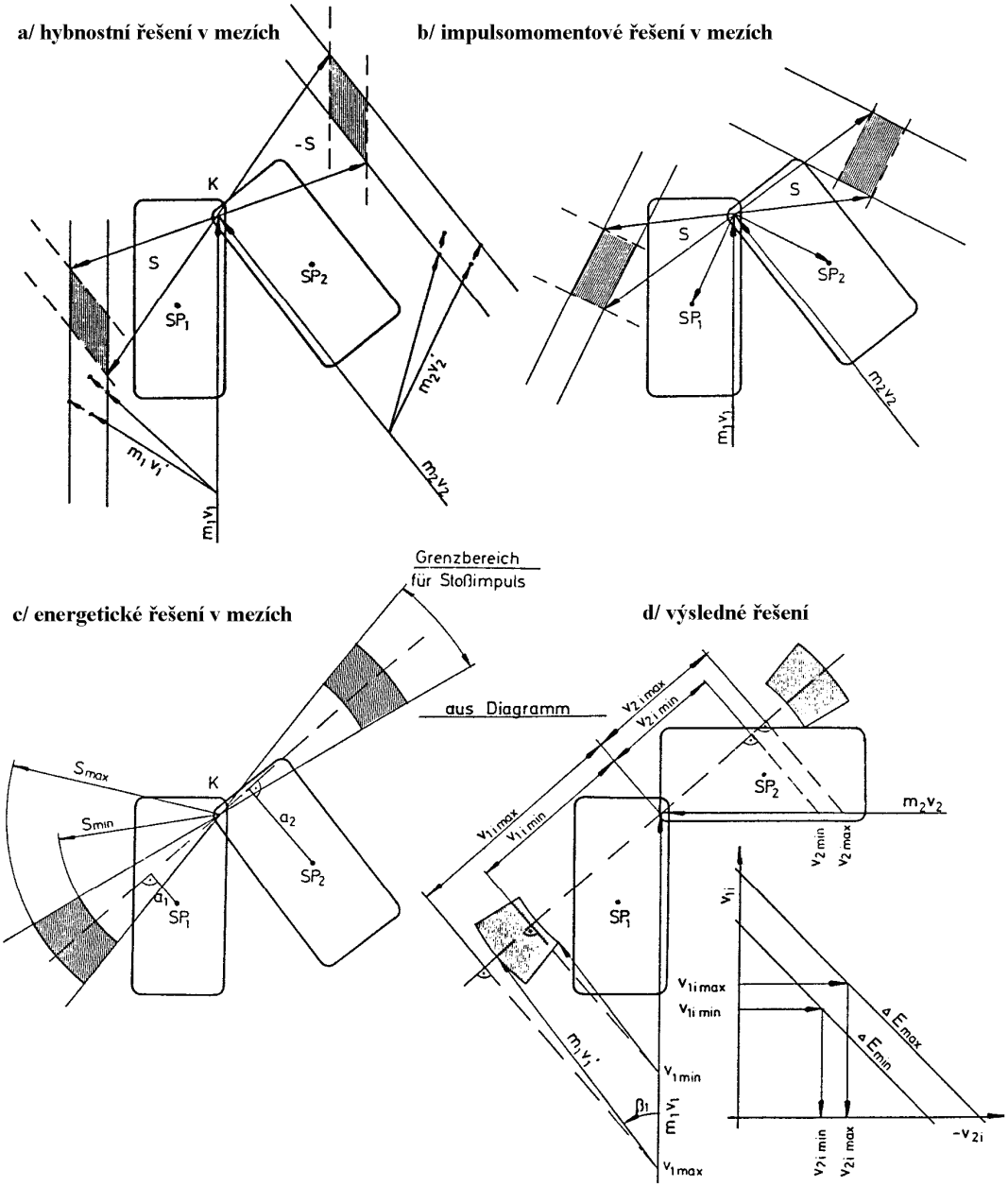



*Obr. 2 Graficko-početní hybnostní řešení střetu vozidel v mezích technicky přijatelných hodnot dle K.-H. Schimmelpfenninga, [21]*

Namísto diskrétního řešení hybností vozidel před střetem a vektoru impulzu rázové síly lze pozorovat v ploše diagramu tzv. „vyšrafované“ plochy, které představují množinu řešení pro celé rozmezí vstupních veličin. Tuto metodu řešení v ČR převzal a publikoval ÚSI VUT v Brně [31], str. 113, pod označením „**M**odifikovaný **D**iagram **R**ovnováhy **H**ybností a **I**mpulzů pro analýzu v rozmezí vstupních hodnot“, tzv. MDRHI. Pomocí hybnostního řešení v mezích technicky přijatelných hodnot se sice podařilo vyjádřit také veličiny výstupní v určitém rozmezí technicky přijatelných hodnot, **avšak toto rozmezí mohlo být i nepřiměřeně široké**. Navíc **ani zde nebyla záruka toho, že se znalec nedopustí nějaké hrubé nepřesnosti ohledně přijetí technických předpokladů**. Daný

postup sice umožnil zohlednit skutečnost, že vstupní veličiny nejsou přesně dány, **ale řešení MDRHI neodstranilo vlastní příčiny vzniku těchto nepřesností**, což se týkalo zejména jízdně-dynamických jevů. Z výše uvedených důvodů se ani řešení MDRHI v praxi příliš neujalo. Dalším důvodem byl pozvolný avšak nezadržitelný nástup programů.

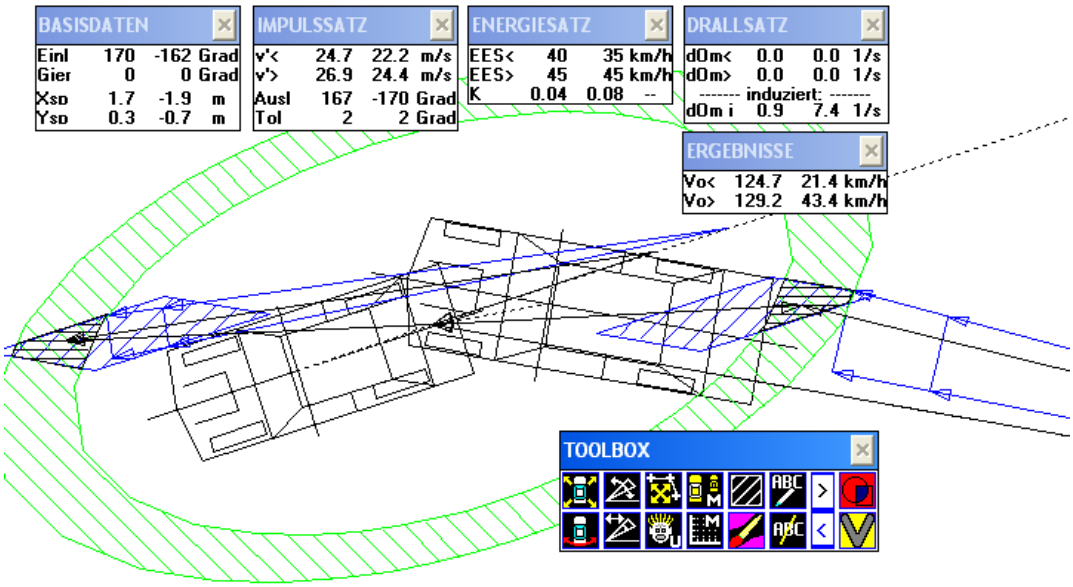
Dalším metodickým požadavkem bylo, aby řešitel nemusel opakovaně, pracně a zejména bez podpory výpočetní techniky přepočítávat hybnostní řešení DRHI či MDRHI, pokud následně nebude tzv. „spokojen“ s vypočítanými výstupními veličinami (resp. kontrolními parametry) „Edef resp. $EES_1$, $EES_2$, $\omega_1$`, $\omega_2$`“. Bylo tedy žádoucí, **aby řešitel měl celé komplexně pojaté řešení tzv. „před očima“, tedy aby již při hledání (dominantního) hybnostního řešení úlohy mohl na pozadí určitého univerzálního typu diagramu optimalizovat řešení střetu vozidel s ohledem na známé veličiny „Edef resp. $EES_1$, $EES_2$, $\omega_1$`, $\omega_2$`“**. Tento přístup je **nepochybně významným metodologickým „milníkem“ resp. „průlomem“ v oboru analýzy střetu vozidel**. Na tzv. unitární ploše jediné veličiny, a to impulzu rázové síly (na ploše „impulzů“) jsou v podobě různých vypočítaných ploch znázorněny množiny možných poloh pro ukončení vektorů impulzu rázové síly, pro které jsou (parciálně) splněny příslušné podmínky buď hybnostní, nebo impulsomomentové (rotační) či energetické. Technicky přijatelné řešení střetu vozidel se nalézá v oblasti průniku těchto ploch, tedy v oblasti, kde jsou popsané fyzikální podmínky splněny současně. Na obr. 3 je uvedena grafická část řešení střetu s využitím tzv. metody rhomboidního řezu *(hybnosti i rotační hybnosti)*, viz obr. 3a, 3b, a metody energetického prstence, viz obr. 3c, která byla publikována poprvé v roce 1982, *(dále jen metoda „překrytí ploch“)*, viz obr. 3d. Poznámka: rhomboid je kosodélník.




*Obr. 3 Grafická část řešení střetu vozidel v mezích technicky přijatelných hodnot s využitím hybnostních, rotačně-hybnostních a energetických podmínek, [23]*

V ČR poprvé prezentoval převzatou metodu „překrytí ploch“ habilitant v roce 1998 na konferenci znalců a také v rámci publikace [13]. V roce 1999 byla předmětná metodika publikována také panem prof. Bradáčem, [1], str. 433-435.

Aplikace metody „překrytí ploch“ sice není podmíněna využitím výpočetní techniky, avšak její využití může činnost řešitele velmi zefektivnit. V Německu byla koncem 80tých let zejména pro řešení střetů vozidel hojně využívána metoda „překrytí ploch“ s podporou programu Winkol 1.0 a později Winkol 2.0, což bylo do značné míry ovlivněno tím, že zhruba v této době započalo rozšiřování výpočetní techniky ve společnosti obecně. Na obr. 4 je uveden náhled na grafickou část řešení střetu dvou automobilů s využitím programu Winkol 2.0.




*Obr. 4 Příklad použití programu Winkol 2.0, jehož algoritmickým základem je tzv. metoda „překrytí ploch“, autoři W. Deppe + J. Kneifel ©, 1994, [4]*

Při použití programu Winkol si řešitel přitom může dle potřeby zvolit, které z veličin hodlá zadat diskrétní hodnotou, a které v mezích technicky přijatelných hodnot. Může si též zvolit, které veličiny hodlá zobrazit. Program Winkol 2.0 obsahuje i podpůrné algoritmy k nalezení i vykreslování oblastí průniků ploch a také je možno znázornit simulaci pohybu obou vozidel před i po střetu. Program Winkol však minimálně do verze 2.0 neobsahuje modul jízdní dynamiky, a proto

u výše popsané simulace pohybu vozidel je nereálně dlouho zachován konstantní pohybový stav vozidel před střetem i po něm.

Pokud má kolize vozidel tzv. lineární charakter (1D), tedy jedná se o tzv. centrický či lidově řečeno **„čelní“ střet vozidel, potom je taková úloha z hlediska aplikace pouze hybnostních podmínek neurčitá a vždy je třeba pro řešení úlohy navíc aplikovat tzv. energetickou podmínku**, tak aby se tato úloha teprve stala úlohou určitou. I pokud má úloha 2D charakter (ale **blíží se typu 1D**), potom **se teoreticky sice jedná o úlohu určitou, avšak řešení je zpravidla extrémně citlivé vůči změnám vstupních parametrů**, [28], str. 90 či [29], str. 33.

V letech 1995 - 1998 byl v ČR a SR publikován matematický 2D model řešení kolize dvou vozidel převzatý z literatury [2], který kombinoval hybnostní i energetické podmínky, [8] a [16]. V roce 2005 se na Slovensku danou problematikou zabýval autor Kohút, [10]. Ten po formální stránce jiným způsobem provedl příslušná odvození a v druhé části své publikace se zabýval především citlivostní analýzou řešení.

Jelikož matematický popis hybnostního i energetického typu řešení střetu vozidel obsahuje několik identických vstupních veličin *(zejména hmotnost a rychlost vozidel)* bylo pro výzkum v oboru téměř nemožné ubránit se „pokušení“ spojit oba různorodé typy řešení střetu vozidel do určitého unitárního matematického popisu, tedy do tzv. hybnostně - energetického řešení střetu. Jelikož **hybnost je prostým součinem hmotnosti a vektoru rychlosti a energie je zase součinem hmotnosti a kvadrátu rychlosti, snaha o vyjádření neznámé rychlosti obou vozidel před střetem zákonitě vede ke vzniku a následnému řešení kvadratické rovnice**. Po této stránce je hybnostně - energetické řešení střetu zcela triviální úlohou, byť tvar výsledného matematického vztahu může na někoho působit komplikovaně. Na obr. 5 je uveden výsledný vztah řešení střetu dvou automobilů s využitím tzv. hybnostní i energetické podmínky, která byla publikována (zřejmě) poprvé v roce 1984, [2], kapitola „Theoretische Grundlagen - strana 2.4“. Konkrétně je na obr. 5 vypočítána rychlost pohybu

vozidla „1“ před střetem „$\mathbf{v_1}$“. Dosazením hodnoty rychlosti „$\mathbf{v_1}$“ do hybnostní podmínky lze poté snadno vypočítat i rychlost pohybu vozidla „**2**“ před střetem „$\mathbf{v_2}$“, viz např. vztah (25) v literatuře [16].

$$v_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2}\left(\frac{m_1}{m_2} v_1' \cos v_1' + v_2' \cos v_2' + \sqrt{\left[K_2 + 2X \times \left[\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right]\right]}\right) \qquad (7)$$

$$\text{mit: } K_2 = v_1'^2 - 2v_1'v_2' \cos(v_1' - v_2') + v_2'^2 + \left[v_1' \frac{m_1}{m_2} \sin v_1' - v_2' \sin v_2'\right]^2$$

$$X = \frac{1}{2}(J_1\omega_1'^2 + J_2\omega_2'^2) - \frac{1}{2}(J_1\omega_1^2 + J_2\omega_2^2) + \frac{1}{2}(m_1 EES_1^2 + m_2 EES_2^2)$$

$v_2$ und $v_2$ werden dann mit dem Impulssatz in vektorieller Form berechnet.

*Obr. 5 Řešení střetu s využitím tzv. hybnostní i energetické podmínky, [2].*

Literatura [2] však namísto kvalitativně vyšší formy zápisu vztahů *(matice, vektory a matematické operace s nimi)*, využívá tzv. „sínování“ či „kosínování“, což sice umožňuje vypočítat konkrétní řešení střetu dvou vozidel, ale tato podoba vztahů je velmi nevhodná pro další výzkum *(analýza vztahů, hledání souvislostí, navazující odvození, aplikace dalších podmínek - např. tzv. „dotykových“ apod.)*

Zhruba po roce 2000 nejsou výše uvedené vztahy znalci zřejmě používány již ani sporadicky, což je dáno především velmi silným posílením pozice profesionálních programů pro rekonstrukci dopravních nehod, a také tím že předmětný typ přístupu není univerzálně použitelný zejména pro složitější typy nehodových dějů, neboť tento model využívá jako vstupní veličiny kombinaci údajů o pohybu vozidel před střetem i po střetu (obr. 5), viz podrobně dále. Matematický model řešení střetu vozidel využívající hybnostní i energetické podmínky se zřejmě z výše uvedených důvodů nestal kvalitativně silným metodologickým posunem v daném oboru.

Literatura [22] řeší problém fyzikální interpretace dvou vzniklých řešení (hybnost a energie), které vznikají řešením kvadratické rovnice. **Autoři nakonec uvádí dvě základní pravidla 1, 2:**

**Pravidlo 1:** Pokud se vozidla pohybovala proti sobě, potom je vždy reálné řešení s kladným znaménkem před odmocninou diskriminantu.

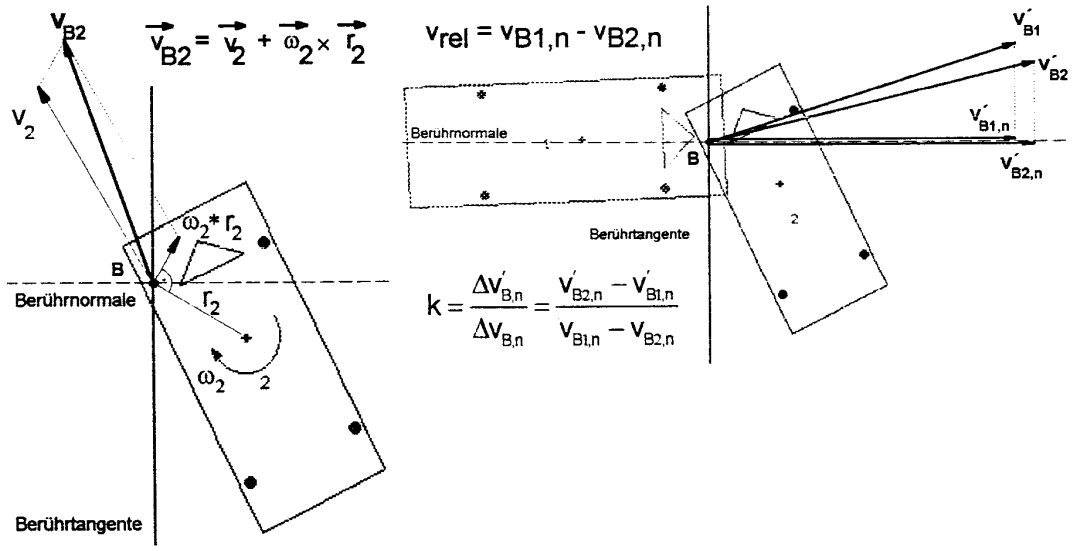
**Pravidlo 2:** Pokud se kolizní vozidla pohybovala ve stejném směru jízdy, potom je řešení s kladným znaménkem reálné jen v případě, kdy pro rychlosti vozidel platí: „$\mathbf{v_1 > v_2 * \cos(\alpha)}$“, přičemž úhel „$\alpha$“ je úhlem kolize. V opačném případě je pro dosažení reálného řešení nutné použít záporné znaménko před odmocninou diskriminantu.

Literatura [22] sice také řeší problém vzniku vícečetných řešení v oboru analýzy rázu vozidel, ale šířka i hloubka předmětného zkoumání jsou neslučitelné s požadavky, které jsou potřebné k vyřešení vytčených problémů I. - IV.

Výpočetní algoritmy pro řešení střetu vozidel však nemusí využívat jako vstupní hodnoty jen hybnostní podmínky. Například výpočtový algoritmus programu CARAT 3.1, [3], umožňoval jako vstupní údaj do výpočtu rázu zadat pod položkou „EES zpětně“ i energetické údaje. Nutno však otevřeně uvést, že tato možnost byla problematická a znalci téměř nevyužívaná.

Další velmi zajímavou možností pro výpočetní algoritmy střetu vozidel nad rámec využití hybnostních podmínek, které stále tvoří většinu veličin pro řešení střetu, jsou tzv. podmínky rázové *(dále jen podmínky „dotykové“)*. Tyto **dotykové podmínky vycházejí z tzv. Newtonovy hypotézy rázu**, kterou pro potřeby analýzy střetu vozidel zobecnili a poprvé publikovali autoři Kudlich - Slibar, [11], tak aby bylo možno obsáhnout nejen případy rázů bez skluzu (tzv. „tupé nárazy“), ale také případy s markantním skluzem deformačních oblastí vozidel ve směru tzv. tečny dotyku „**t**“. Zjednodušeně řečeno, jde o to, že pokud řešitel využívá energetickou a impulsomomentovou podmínku jen „zpětnovazebně“, tedy jen jako určitou kontrolu hybnostního řešení, i tak se dopouští mnoha drobných či větších nepřesností. Dotykové podmínky totiž sdružují hybnostní a rotačně-hybnostní podmínky a přitom „ostražitě“ a přesně „hlídají“, aby při vzájemném oddělování se vozidel těsně po střetu jejich deformační oblasti sebou navzájem nereálně resp. virtuálně nepronikaly, či naopak, aby se neoddělovaly nereálně vysokou relativní

rychlostí. Z nárazových zkoušek je totiž známo, že při rázu bez skluzu se pohybuje relativní rychlost oddělování deformačních oblastí vozidel těsně po jejich střetu kolem 4 - 5 km/h v podstatě bez ohledu na cokoli dalšího, což je nepochybně vlastnost, kterou je třeba využít. Při rázu se skluzem je ve směru normály dotyku „**n**“ opět zhruba zachována velmi nízká hodnota relativní rychlosti vzájemného oddělení deformačních oblastí vozidel, avšak ve směru tečny dotyku *(kolmém na směr normály dotyku)* může nabývat rychlost skluzu deformačních zón i značně vysokých hodnot. Podstatné je, že tzv. **dotykové podmínky jsou nejen podmínkami fyzikálními, ale do jisté míry i podmínkami logicko-pohybovými, tyto nemusí být jen nějakou „zpětnovazební kontrolou“, ale jsou podstatnou (principiální) součástí tzv. Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu vozidel, [11].** Dotykové podmínky rovněž optimálně „(do)určují“ hybnostní řešení tak, že vstupními veličinami jsou (mimo několika konstant) vektory rychlostí obou vozidel před střetem, případné úhlové rychlosti obou vozidel před střetem a rázové (dotykové) veličiny („k, μ, n“). Na obr. 6 jsou uvedena hlavní grafická vyobrazení a principiální matematické vztahy vyjadřující tzv. dotykovou podmínku ve směru normály dotyku, [2], kapitola „Theoretische Grundlagen - strana 2.9“.




*Obr. 6 Grafická vyobrazení a principiální matematické vztahy vyjadřující tzv. dotykovou podmínku ve směru normály dotyku, [2]*

Existuje více forem matematického zápisu na bázi tzv. Kudlich - Slibarova modelu rázu. Především je opakovaně publikována v odborné literatuře i příručkách k obsluze programů pro rekonstrukci dopravních nehod tzv. klasická podoba systému vztahů, viz např. [9], kap. 3.4., str. 198-203. Tento způsob matematického zápisu vztahů je samozřejmě obsahově korektní, ale takováto forma zápisu není vhodná pro vyřešení vytčených problémů v této práci. Proto tento klasický matematický popis nebude v rešeršní studii ani uveden. Mnohem vhodnější formou zápisu příslušných matematických vztahů je v daném případě zápis formou vektorů, matic sdružujících různé konstanty apod. Právě tímto postupem lze systém matematických vztahů dále smysluplně rozvíjet a analyzovat.

Habilitant využije jako určitou inspiraci formu zápisu vztahů autora E. J. Routha, který ve svém výpočtovém modelu využívá i dotykové podmínky. Příslušný matematický popis byl převzat v literatuře [6], kap. 2.2.6.2., str. 243, *(E. J. Routh Advanced dynamics of a system of rigid bodies, 6. ed. Dover Publications, Mineola, NY, 2005, in [6]).*

I když základní myšlenky a početní postupy tzv. Kudlich - Slibarova modelu rázu byly poprvé uveřejněny již v roce 1966 v disertační práci pana Dr. H. Kudlicha [11], v ČR byl tento model v základní podobě uveřejněn až v roce 1991, [31], kap. 7.5, str.115-117, pod názvem „Početní analýza excentrického střetu“. „Základní podobou“ je třeba poprvé uveřejněný model v ČR nazvat proto, že technické předpoklady předmětného matematického odvození připouští pouze případ plně plastického rázu bez skluzu. Vozidlům tedy není „umožněno“, aby se jejich deformační oblasti těsně po střetu ve směru normály dotyku odrazily reálnou diferenční rychlostí *(např. typických 4 - 5 km/h)*, ale zejména vůbec nelze zohlednit ráz se skluzem - tedy skluz deformačních zón vozidel ve směru tzv. tečny dotyku.

V roce 1999 se habilitant podílel jako jeden z dvojice spoluautorů na publikaci v časopisu Soudní inženýrství 4/1999 a 5/1999, [18], přičemž zde byl uveřejněn tzv. Kudlich - Slibarův model rázu v obecné podobě včetně vlastního kompletního odvození, komentářů a praktického příkladu použití, tzv. „krok po kroku“.

Spíše výjimečně byla do roku cca 1990 u ryze hybnostního řešení (tzv. DRHI) zejména znalci v Evropě a USA aplikována Newtonova hypotéza rázu pro kontrolní výpočet tzv. dotykových rychlostí vozidel těsně po střetu, což bylo dáno především tím, že pro výpočet příslušných veličin je již přece jen vhodnější podpora PC programů. Vlastní výpočet na bázi Newtonovy hypotézy rázu přitom není vůbec složitý, tento je spíše jen o něco „pracnější“ než klasické hybnostní řešení střetu vozidel. Pravděpodobně právě z důvodu masivního rozšíření výpočetní techniky do společnosti okolo roku 1990, [30], str. 10, došlo také k markantnímu rozšíření kvalitního, nadčasového a dosud nepřekonaného Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu publikovaného poprvé již v roce 1966, tedy „zpoždění“ zde činilo kolem 25 let. Také v roce 2016 je v naprosté většině rozvinutých zemí tamními znalci řešena drtivá většina střetů vozidel v PC programech na bázi Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu a zřejmě se tento stav v dohledné době nezmění. Tento výpočtový model je tedy stále v plné „síle“ a právě v tomto roce 2016 slaví 50 let věku. V každém případě, **využití dotykových podmínek představuje pro moderní analýzu střetu vozidel zcela zásadní kvalitativní změnu.** Bylo by tedy zcela nepředstavitelné, aby dotykové podmínky nebyly využity v této habilitační práci, která se zabývá problémem vzniku vícečetných řešení v oboru analýzy rázu vozidel.

Zhruba od roku cca 1990 až do současnosti postupně přicházely na trh (tzv. simulační) programy pro rekonstrukci dopravních nehod: balíček podpůrných souborů EVU, CARAT, PC-Crash, Mc Henry (SMAC), Analyzer Pro, V-Crash, jejichž výpočtové algoritmy střetu již standardně disponovaly dotykovými podmínkami (dále jen simulační programy). Pouze program CARAT minimálně ve verzi 3.1 umožňuje využít i podmínku energetickou jako vstupní veličinu. Po nástupu programů se přitom již nějak pozapomnělo důsledně aplikovat dotykové podmínky i do tzv. početně - grafických metod řešení střetu, jako je zejména tzv. metoda „překrytí ploch“. To je dáno zejména již nezadržitelným příklonem naprosté většiny znalců k tzv. simulačním programům, které jsou navzdory

určitým metodickým nevýhodám univerzálnější a umí se vyrovnat například s vícečetnými kolizemi dvou čí vícero vozidel anebo například se složitými jízdně-dynamickými jevy počínaje tzv. smykem a převracením vozidel konče. Určitou doprovodnou ale přitom zásadní metodickou změnou bylo také to, že znalci zcela dominantně využívali v těchto simulačních programech tzv. „dopředný systém řešení“, který je založen na tzv. metodě „pokus - omyl“, přičemž příslušný výpočtový algoritmus vyžaduje zadat *(odhadnout a následně složitě - heuristicky optimalizovat*) vstupní veličiny k definici pohybu vozidel před střetem. Výpočtem jsou určeny veškeré pohybové *(rychlost, směr, úhlová rychlost)* a energetické veličiny těsně po střetu vozidel. To je dáno aplikací tzv. dotykových podmínek, které popsaným způsobem elegantně určují řešení úlohy. Kudlich - Slibarův model řešení rázu lze však využít i pro tzv. zpětné řešení rázu *(viz dále - obsah řešení problémů II. a III.).* **Dopředný způsob řešení si dokonale „rozumí“ s Kudlich - Slibarovým modelem rázu** hned ze dvou hlavních důvodů:

1. Daný typ výpočtu střetu vozidel **vyžaduje celou sadu pohybových předstřetových vstupních veličin a poskytuje kompletní sadu postřetových pohybových i kontrolních veličin výstupních**. To nelze říci například o metodě DRHI, MDRHI, či hybnostně-energetickém řešení střetu, u kterých vstupní veličiny představují kombinaci údajů o pohybu vozidel před střetem i po střetu.

2. Zejména při **složitějších nehodových dějích** *(více kolizí, více vozidel či překážek, jízdní dynamika)* řešiteli úlohy v podstatě nezbývá nic jiného, než pečlivě **navázat sekvence všech jízdních a kolizních fází, pro což je dopředný model řešení nehodového děje metodicky optimálním přístupem**. Pro řešitele je přitom mnohem snazší složitý nehodový děj takto „krok po kroku“ logicky tzv. „vystavět“, než využívat nepříliš univerzální graficko-početní metody řešení střetu. Výstavba složitých nehodových dějů pomocí tzv. „kaskádování“ graficko-početních metod řešení střetu je pro naprostou většinu uživatelů zpravidla nepřiměřeně abstraktní, zdlouhavá a hrozí zde tedy reálné riziko, že se řešitel dopustí i hrubého omylu. Zavedené graficko - početní metody řešení střetu se neumí vyrovnat s jízdní dynamikou, která má vliv na změnu pohybového stavu

vozidel mezi jednotlivými střety *(tento problém je však řešitelný - např. vývojová verze programu Impulz Expert Dynamic).* Navíc má řešitel značný problém s transparentní a srozumitelnou prezentací řešení úlohy ve znaleckém posudku; obsah řešení pak tvoří několik na sebe navazujících a laikovi „nic neříkajících“ složitých grafik pro jednotlivé střety *(elipsy, přímky, průniky, rhomboidy ….).* Složitý výstupní grafický obraz řešení např. třetího střetu má pak představovat vstupní hodnoty pro řešení druhého střetu atd. Habilitant má se zkoumáním a praktickým používáním tzv. „kaskádování“ graficko-početních metod letité zkušenosti, avšak tento způsob využívá spíše pro vlastní nalezení řešení, [26], které však následně pouze rekonstruuje resp. „následuje“ v simulačních programech, [25], [3].

**Při řešení určitého střetu dopravních prostředků mohou jak tzv. simulační programy tak i tzv. početně - grafická řešení střetu obsahovat naprosto identické fyzikální podmínky.** Zásadní metodický rozdíl mezi oběma přístupy však spočívá také v tom, že tzv. výpočetní algoritmus simulačních programů poskytne diskrétní řešení pro diskrétní sadu vstupních údajů, zatímco metody založené na tzv. početně - grafickém řešení střetu poskytují celou množinu řešení, kdy dopředu lze zadat a graficky znázornit známé (či zvolené) vstupní údaje ať již diskrétně dané či zadané v mezích technicky přijatelných hodnot. V rámci tzv. simulačních programů tvoří výjimku pouze vyšší verze programu Analyzer Pro, který je však v ČR prakticky neznámý.

Habilitační práce se bude při řešení problémů II., III., a IV., i přes výše uvedené, mimo jiné důsledně zabývat aplikací tzv. „dotykových podmínek“ i podmínek energetických do graficko - početního řešení střetu vozidel, které je pro běžné (jednoduché) případy kolizí dvou vozidel přece jen solidní metodou, byť ne metodou příliš univerzální.

Důležitým informačním zdrojem pro vyřešení definovaných problémů je literatura [6], která v kap. 2.2.6.6, str. 247 mimo jiné uvádí sice převzatý, ale přitom velmi sofistikovaný matematický popis energetického řešení střetu. Tento

matematický popis využívá identické vstupní veličiny jako Kudlich - Slibarův model rázu. *(autor Chaterjee, A: Rigid body collisions. Some general considerations, new collision laws and some experimental data PhD thesis, Cornell University, 1997).* Předmětná práce sice přímo neřeší problémy, které si vytkla za cíl vyřešit tato habilitační práce, ale zde uvedený matematický popis je velmi vhodným a kvalitním „odrazovým můstkem“ a současně i inspirací pro tvorbu vlastního (vhodného) matematického odvození. Následování tohoto způsobu matematického popisu energetického řešení rázu dopravních prostředků zřejmě povede k vyřešení vytčených problémů. Na obr. 7 je uveden jen výběr matematických vztahů a grafik z [8], kap. 2.2.6.6, str. 247, autor Chaterjee, A.

*2.2.6.6 Energetische Betrachtungen*

$$\underline{u} \equiv \underline{w} - \underline{w}_d$$

$$\underline{u} = \underline{\underline{M}}^{-1} (\underline{P} - \underline{P}_d) \qquad (2.2.104)$$

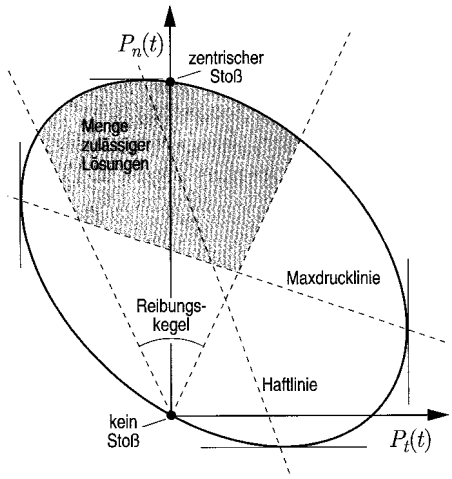
$$E_c \equiv \tfrac{1}{2} \underline{u}^T \underline{\underline{M}}\, \underline{u} \qquad (2.2.105)$$

woraus sich unmittelbar

$$E_c \equiv \tfrac{1}{2} (\underline{P} - \underline{P}_d)^T \underline{\underline{M}}^{-1} (\underline{P} - \underline{P}_d) \qquad (2.2.106)$$

$$W = \tfrac{1}{2} (\underline{v}' + \underline{v})\ \underline{P} \qquad (2.2.107)$$

$$\Delta E_t = \tfrac{1}{2} \left( P_t (w_t + w_t') + P_n (w_n + w_n') \right) \qquad (2.2.108)$$




Obr. 7 Náhled na vztahy a grafickou interpretaci řešení, [8], Chaterjee, A.

Problematikou možností aplikace tzv. „záporného koeficientu restituce“ pro řešení případů tzv. „průrazu“ deformační zóny jednoho z vozidel se zabývali autoři Kasanický, Kohút, Lukášik v publikaci [9], kap. 3.4.3., str. 214-219, ve slovenském jazyce také [12]. Autoři na str. 219 shrnují své závěry v podobě 6 tezí a následně uzavírají dané téma v posledním odstavci. Obsah této problematiky je totožný s obsahem problému IV. této habilitační práce, proto je žádoucí, aby byly následně uvedeny hlavní závěry této práce v nekrácené podobě.

- ***(Počátek citace):*** Ráz se záporným koeficientem restituce se fyzikálně nepodobá rázu se skluzem, a to i navzdory tomu, že v některých konkrétních případech můžeme úspěšně nalézt řešení i s pomocí rázu se skluzem.
- Naopak, ráz se záporným koeficientem restituce je podobný rázu bez skluzu, protože kdyby vozidla měla v okamžiku kolize nižší rychlost, potom by vznikl ráz bez skluzu. Avšak vzhledem k tomu, že tělesa nebyla dostatečně tuhá a kinetická energie vozidel byla vyšší než energie, kterou je schopno vozidlo přeměnit na deformační práci, neodrazila se tato vozidla od sebe, ale došlo k proniknutí jednoho vozidla skrze druhé.
- Při rázu se skluzem byla tělesa dostatečně tuhá na to, aby vznikaly síly potřebné pro pohyb vozidel v příčném směru (směru osy „y“).
- Při rázu se skluzem a také při rázu se záporným koeficientem restituce dochází ke snížení velikosti impulzu rázové síly.
- Při rázu se skluzem je tomu tak proto, že „třecí“ síly byly menší než síly potřebné pro zabránění relativního pohybu vozidel podél třecí roviny (pokud by byly síly dostatečně velké, došlo by k rázu bez skluzu).
- Při rázu se záporným koeficientem restituce je to důsledkem toho, že vozidla nebyla dostatečně tuhá na to, aby bylo zabráněno pronikání jednoho vozidla skrze druhé (pokud by byla vozidla dostatečně tuhá, došlo by k rázu bez skluzu). Pokles velikosti impulzu je důsledkem poklesu rázové síly (jako funkce tuhosti těles).

V praxi se však při dopravních nehodách setkáváme velmi často s kolizemi vozidel, kdy při nich došlo k částečnému pronikání jednoho vozidla skrze vozidlo druhé a zároveň k částečnému skluzu. Při řešení takovýchto rázů je pro dosažení správného výsledku potřebné zohlednit při výpočtu obě tyto skutečnosti. Nalézt optimální kombinaci skluzu se záporným koeficientem restituce nemusí být vždy jednoduchá záležitost. Jediným způsobem jak nalézt reálné řešení je správně určit velikost a směr impulzu rázové síly, tak aby vypočítaný pohyb vozidel po kolizi

korespondoval se skutečným pohybem vozidel a aby všechny vstupní a kontrolní hodnoty výpočtu byly v technicky přijatelném rozpětí, ***(konec citace).***

Určitým shrnujícím způsobem lze uvést, že autoři považují za klíčové, aby v případech s průrazem deformační zóny jednoho z vozidel byl nalezen správný směr a velikost impulzu rázové síly, který při simulaci povede k pohybu obou vozidel do skutečných konečných poloh. Nalezení kombinace použití určité hodnoty záporného koeficientu restituce a nastavení ostatních dotykových podmínek *(pro ráz se skluzem)* není snadnou záležitostí a měly by být současně *(s technickým citem pro věc)* zohledněny oba tyto přístupy. Příčinou „průrazu" deformační zóny jednoho z vozidel je nedostatečná tuhost tohoto vozidla vzhledem k silám, které jako již určitá nadkritická „výzva" působí zpravidla proti relativně úzkému profilu vozidla. Ráz se záporným koeficientem restituce je *(matematicky vzato)* spíše podobný rázu bez skluzu, kdy zpočátku probíhala standardní kompresní fáze deformace, jako by se jednalo o běžný ráz bez skluzu. Kompresní fáze deformace však nebyla standardně ukončena tzv. vyrovnáním dotykových rychlostí kontaktních oblastí vozidel, protože nedostatečně tuhá zasažená oblast jednoho z vozidel nebyla schopna přenést nominální rázové síly *(které by byly v případě rázu bez skluzu a dostatečně tuhého vozidla přeneseny)*, zbortila se a byla přenesena jen část rázových sil. Příslušnou redukci působícího nominálního impulzu rázových sil lze fyzikálně vyjádřit jak pomocí záporného koeficientu restituce, tak i pomocí vhodného nastavení ostatních dotykových podmínek.

V oboru analýzy střetů vozidel zejména v letech cca 1970 - 1980 bylo různými autory definováno a následně publikováno několik tzv. kontrolních parametrů střetu. Tyto kontrolní parametry byly zpravidla různými poměrovými ukazateli, jejichž hodnoty byly, pro určité dosažené řešení střetu, následně porovnávány se škálou doporučených hodnot těchto ukazatelů. Tyto poměrové ukazatele dávaly do korelace například *(pro konkrétní střet)* vypočítanou deformační energii vůči maximálně dosažitelné energii *(ráz bez skluzu a ráz bez skluzu)*, poměry dotykových rychlostí ve zjednodušené či obecné podobě. Dosud je v literatuře ještě

občas uváděna (již nepoměrová) kontrolní mezní hodnota tření v dobu dotyku „**$\mu$ = 0,6**“, která má být určitou rozhraničující hodnotou mezi případy rázů se skluzem a bez skluzu, viz [9], kap. 3.4.1., str. 204. Téměř všechny tyto kontrolní či doporučené poměrové ukazatele již víceméně upadly v zapomnění, neboť tyto se ukázaly v praxi buď jako nepříliš užitečné, problematické či byly nahrazeny vhodnějšími postupy. Například, velmi důležitý poměr dotykových rychlostí kontaktních oblastí vozidel těsně po střetu ve směru normály dotyku „**n**“ již není nutno (pasivně) zpětnovazebně kontrolovat, ale lze jej prostřednictvím tzv. koeficientu restituce „**k**“ (aktivně) zadat do Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu. Do současnosti se ještě zachoval jediný poměrový kontrolní rázový ukazatel, a to tzv. **GEV**, který je poměrem změny rychlosti (těžiště) jednoho z vozidel při rázu „**ΔvB**“ k energetické hodnotě „**EES**“, která by vznikla na tomto vozidle.

### 2.4 Kontrollgrößen nach Burg

Die aufgeführten Kontrollgrößen werden in der nachfolgenden EES-Einstufung (Kapitel 4) neben den berechneten EES-Werten dargestellt. Die Kontrollgrößen sind in [2] ausführlich beschrieben und diskutiert.

#### 2.4.1 GEV

Verhältnis von Geschwindigkeitsänderung / EES*

$$GEV = \frac{\Delta v}{EES^*} \quad (8)$$

mit: $\frac{EES_1^*}{EES_2^*} = \frac{m_2}{m_1}$ und $EES_2^* = \sqrt{\frac{2\sum W_D}{\frac{m_2^2}{m_1} + m_2}}$

Für zentrale Stöße gilt: EES*=Δv, für Abgleitstöße Δv < EES*. Da bei realen Fällen die theoretisch gültigen Werte nicht ganz genau einzuhalten sind, gelten folgende Anhaltswerte für GEV:

ohne Abgleiten : GEV = 0,9 bis 1,1
beginnendes Abgleiten : GEV = 0,9 bis 0,75
deutliches Abgleiten : GEV < 0,75

Obr. 8 Definice poměrového kontrolního ukazatele GEV dle Burga, [2]

Poměrový kontrolní rázový ukazatel **GEV** definoval pan prof. H. Burg v roce 1984. Jedná se o tzv. „první definici“ ukazatele GEV, která vychází z technického předpokladu, že poměr energetických ekvivalentních rychlostí vozidel je roven recipročnímu poměru jejich hmotností. Na obr. 8 je uvedena v nekrácené podobě definice, doporučené hodnoty ukazatele **GEV** pro jednotlivé typy rázů a stručný komentář k prvnímu typu definice kontrolního poměrového střetového ukazatele **GEV,** [2].

Existují dvě základní definice tohoto ukazatele a s tím jsou také spojeny opakované a zbytečné spory mezi znalci v důsledku nepochopení této problematiky. Zejména proto se habilitant rozhodl pro vyřešení i tohoto problému, kdy podstatné výsledky předmětného výzkumu již publikoval v odborných i vědeckých časopisech v Německu [20], České republice [19], [14] a v Polsku [15]. Jedním z dílčích závěrů ohledně kontrolního parametru GEV byl paradoxně ten závěr, že i jeden z posledních používaných kontrolních ukazatelů GEV má v současnosti již velmi malý praktický význam. To je dáno především masivním rozšířením práce tzv. Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu, přičemž velikost hodnoty kontrolního ukazatele GEV jen (pasivně) doprovází „dotykové poměry“ v deformační oblasti vozidel, které řešitel (aktivně) do výpočetního algoritmu Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu zadává. Tento závěr potvrdil pan prof. H. Burg habilitantovi jak při osobním hovoru, tak později písemně v rámci jím vypracované recenze k práci [20].

Moderní simulační programy pro analýzu kolizí dopravních prostředků s sebou následně přinesly poměrně sofistikované výpočetní numerické modely jako je například tzv. vícetělesový systém, deformovatelný model MESH, tzv. metoda konečných prvků a značné množství podpůrných či servisních početních modulů. Tyto směry vývoje jsou nepochybně velmi zajímavé, ale nemají již nic společného s řešením vytčených problémů, proto se habilitační práce nebude těmito metodami a modely pro neúčelnost zabývat.

## D - Cíl práce, povaha a analýza problému, použité metody

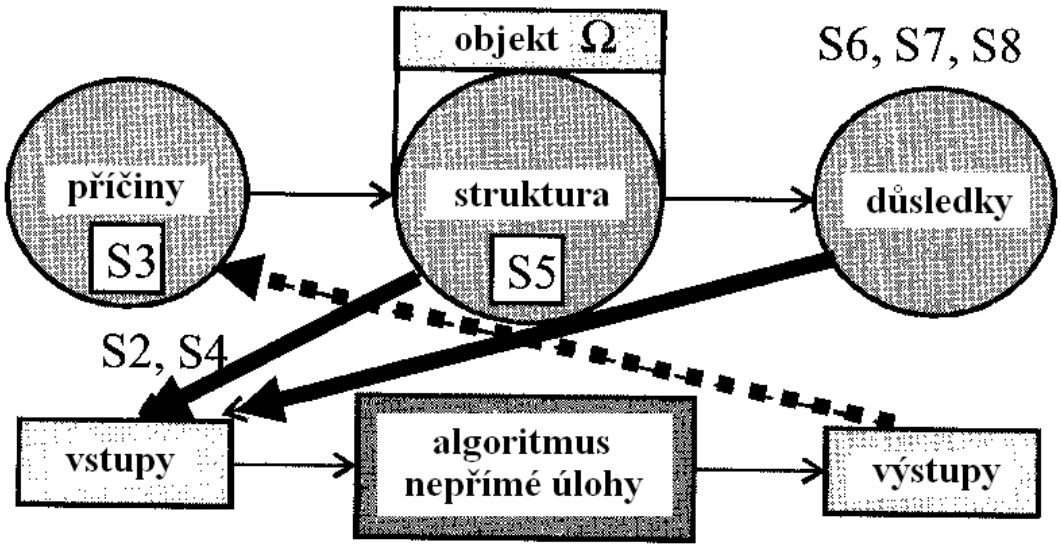
Cílem práce je vyřešit problémy, které byly definovány v kap. B „Formulace problému“. Po provedení rešeršní studie se neukázala nutnost reformulace primárně definovaných problémů. Rešeršní studie obsahuje nejen chronologicky uspořádané nejvýznamnější poznatky, názory, omezení, přístupy a možnosti řešení střetu dopravních prostředků, ale také jejich zhodnocení co do významu, teoretických a praktických výhod a nevýhod na pozadí rozvoje výpočetní techniky, které do značné míry determinují použitelnost, přesnost, efektivitu, míru rozšíření a v konečném důsledku i oblibu jednotlivých metod a postupů, [30], str. 22.

***Výpočtové modelování*** *je v současnosti nejrozšířenějším typem modelování v oblasti vědy i techniky. Má různé modifikace v podobě výpočtového modelování klasického, simulačního, optimalizačního a citlivostní analýzy,* [7], str. 31-B.

***Výpočtové simulační modelování*** *je specifickým případem výpočtového modelování, u něhož se na počítači opakovaně realizuje výpočtový algoritmus pro zvolenou strategii vstupních údajů do tohoto algoritmu, s cílem analyzovat procesy probíhající na objektu a určit potenciálně možná chování objektu,* [7], str. 34-B.

***Nepřímé příčinné modelování*** *(viz obr. 9).* ***Vstupy*** *do algoritmu $A_M$ jsou vždy známé procesy a stavy (S6) nebo projevy objektu (S7), či důsledky (S8), dále struktura (S5) a vazby (S2) objektu a ovlivňování objektu (S4).* ***Výstupy*** *z algoritmu $A_M$ jsou příčiny tj. aktivace objektu (S3), např. silové, deformační či teplotní působení, [7],* str. 32-B.

***Optimalizace*** *je proces, v rámci něhož se hledají takové hodnoty nezávisle proměnných, aby při určitých omezeních na ně kladených dosahovala závisle proměnná extrémní hodnotu. Nezávisle proměnné se označují jako* ***n-dimenzionální vektor optimalizačně proměnných****. Typy těchto veličin souvisí s typem objektu, na němž se optimalizuje a s typem optimalizační úlohy*, [7], str. 34-B.




Obr. 9 Nepřímé příčinné (aktivační) modelování, dle [7], str. 32-B, obr. 22-B

Z hlediska povahy problémů I.-IV. a přístupu k jejich řešení lze na pozadí oboru „Systémová metodologie“, [7], uvést následující charakteristické znaky:

- Vytčené problémy I.-IV. jsou spojeny s analýzou rázu vozidel.
- Problémy jsou řešeny na soustavě vozidel *(reálný systém = soustava = primární objekt)*, viz [7], kap. 3.8-B, str. 40-B.
- Způsob řešení problémů I.-IV., definovaných v kap. „B“ této práce, vychází z výpočtového simulačního modelování.
- V současnosti sice existují fyzikální teorie k řešení rázu vozidel, avšak jejich zavedený matematický popis není vhodný pro vyřešení problémů I.-IV. Tato práce tedy využívá teorie, které jsou již známy.
- Teorie musí být při výpočtovém modelování matematicky řešitelné, což je zde splněno, neboť zavedené teorie rázu vozidel mají deterministický charakter.
- Vlastní fyzikální teorie řešení rázu a algoritmus jeho řešení zde představují modelový objekt.

- Analýza modelového objektu, vytvořeného formou (vhodného) modifikovaného matematického popisu teorií rázu, bude nástrojem, který následně umožní formulovat výsledky řešení problémů I.-IV.
- Autor této práce tedy nejprve vytvoří modifikovaný matematický popis teorií rázu (vektory, matice …).
- Modifikovaný matematický popis teorií umožní (mimo jiné) propojit veškeré dosud známé teorie rázu, umožní výsledky logicky a přehledně prezentovat na bázi graficko-početního řešení rázu vozidel, umožní řešiteli zadávat naprostou většinu hodnot vstupních veličin v mezích technicky přijatelných hodnot, umožní uživateli zasáhnout do jinak obvyklé neměnnosti (invariability) vektoru optimalizačně proměnných vstupních veličin a konečně také umožní řešiteli provést transparentním způsobem citlivostní analýzu dosaženého řešení.
- Praktická proveditelnost výpočtového modelování bude realizována s pomocí výpočetní techniky. Bude vytvořen program Impulz Expert 1.1, [26] a také budou dle konkrétní potřeby vytvořeny aplikace v zavedených programech.
- Tzv. „zobrazení - Z“, ve smyslu [7], kap. 3.8-B, obr. 28-B, str. 40-B zde bude naplněno tím, že výsledky dosažené výpočtovým modelováním lze přenést na primární objekt, přičemž změny pohybového stavu vozidel a vznik deformační energie „Edef“ jsou aktivovány střetem vozidel.

Při vzájemném kontaktu vozidel se mezi nimi vytvoří vazba, na které probíhají interakce spočívající ve vzájemném silovém působení, spojeným s přeměnou části kinetické energie na deformační práci, projevující se deformací vozidel a změnou jejich pohybového stavu. Chování soustavy vozidel při jejich střetu závisí především na rychlosti a směru pohybu vozidel před střetem, vzájemné poloze vozidel při střetu a vlastnostech struktury vozidel.

Střet dopravních prostředků v rámci nehodového děje sice reálně probíhá v reálném (byť velmi krátkém) časovém intervalu, avšak naprostá většina teorií pro řešení střetu vozidel včetně tzv. Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu přijímá zjednodušující předpoklad, že střet vozidel probíhá v nekonečně krátkém okamžiku. Jinými slovy, předmětné teorie vycházejí z toho, že ke změně pohybových parametrů vozidel při střetu dochází okamžitě (nespojitě, skokově). V případě „skokové“ implementace střetu vozidel do celkového řešení nehodového děje, které samozřejmě vždy probíhá v čase, hovoříme o tzv. „uzavřeném“ systému řešení střetu. O „otevřeném“ systému řešení střetu naopak hovoříme v případech, kdy i matematický model řešení střetu probíhá v čase, což se týká například tzv. „silového modelu řešení rázu“ (das Steifigkeitsstoßmodel) či tzv. „vícetělesového modelu řešení rázu“ (das Mehrkörperssystem). Řešení vytčených problémů I. - IV. bude v této práci řešeno v rámci tzv. „uzavřeného“ systému řešení střetu, kdy není uvažováno, že by byl pohybový stav vozidel během střetu ovlivněn mimo vlastní rázové síly působením jakýchkoli jiných resp. vnějších sil (gravitační, adhezní).

Analýza střetu dopravních prostředků představuje z hlediska přístupu k řešení problému nepřímý příčinný problém, [7], str. 127-A. Nepřímý příčinný problém lze řešit jako inverzní problém, kdy známe především údaje o důsledcích dopravní nehody a hledáme údaje o jejích příčinách. Veškeré teorie popisující střet vozidel v uzavřeném systému jsou přitom založeny na deterministických matematických modelech, které byly v principu popsány v kap. „C“. Řešitel předmětné úlohy v současnosti v naprosté většině případů volí heuristický a optimalizační přístup. Samotné teorie popisující střet dopravních prostředků v rámci tzv. uzavřeného systému jsou po matematické stránce vcelku jednoduché. Pro nalezení správného řešení úlohy daného typu je spíše kritický tzv. „lidský faktor“. Řešitel totiž řeší velmi náročnou optimalizační úlohu, kde se vyskytují desítky nepřesně daných veličin *(aktivační, strukturně vlastnostní, vazbové, procesní, projevové)*, které je třeba uvést do rovnováhy. Určitá část z uvedených veličin má vliv na jízdní dynamiku vozidel a tato zase ovlivňuje veličiny předstřetové i postřetové. Jelikož

řešitel je ohledně nalezení korektního řešení střetu dopravních prostředků určitě „slabším článkem“ než samotné nedostatky teorií, zaměřil habilitant obsah svého výzkumu právě směrem k podpoře řešitele. Pro řešitele je totiž výhodnější mít obraz řešení střetu tzv. „před očima“, podobně jako je lepší „na vlastní oči“ vidět například vzájemnou polohu přímky a elipsy, než si tvar a vzájemnost poloh těchto objektů představit na základě jejich popisu formou matematických vztahů. Habilitant se zaměřil na graficko-početní řešení i z jiných důvodů. Řešitel může na základě charakteru překrytí grafických ploch intuitivně usuzovat na citlivost dosaženého řešení k jednotlivým vstupním veličinám a nabyté poznatky využít k určení mezí technicky přijatelných hodnot výstupních veličin. Další velmi významnou podporou řešitele je možnost zadání nepřesně daných vstupních veličin v mezích technicky přijatelných hodnot. Graficko-početní řešení rázu je velmi silným nástrojem pro rozvahu nad hledanými (skrytými) souvislostmi mezi systémem vstupních a výstupních veličin, což má nejen význam pro řešitele, ale také pro tvůrce programů, viz např. obsah řešení problémů III. a IV. dále.

Habilitant se při rozvaze nad zaměřením této práce spíše orientoval **na podporu řešitele úloh a tvůrců programů, než na určitá „vylepšení“ stávajících teorií** řešení střetu dopravních prostředků. **Cílem práce tedy není nalezení nějakých nových fyzikálních modelů a podmínek pro řešení střetu vozidel**. Naopak je žádoucí, aby habilitantem nalezená řešení problémů **byla slučitelná s problémy, které se vyskytují u již zcela dominantně využívaného výpočetního modelu na bázi tzv. Kudlich - Slibarova řešení rázu a již známého modelu energetického**, který je z určitých důvodů bohužel až dosud téměř výhradně využíván jen zpětnovazebně jako určitý podpůrný resp. kontrolní blok dosaženého řešení střetu vozidel. **Vzhledem k charakteru vytčených problémů a cílů se nebude třeba zabývat úvahami o vymezení systému podstatných veličin, který je již vlastně dán. V rámci tzv. struktury entit je známa množina prvků a také jsou deterministicky dány fyzikálně - matematické vazby mezi těmito prvky**, viz kapitola „C“ a předchozí odstavec této kapitoly „D“. Habilitant bude spíše hledat takové dosud skryté souvislosti na

bázi stávajících fyzikálních podmínek pro řešení střetu vozidel, které vyřeší vytčené čtyři problémy ohledně problematiky vzniku vícečetných řešení.

Z rešeršní studie vyplývá, že habilitant bude muset, jako určitý prostředek pro vyřešení problémů, nejprve vytvořit sofistikovaný matematický popis Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu a také takový popis energetického řešení rázu, který bude využívat tzv. dotykové podmínky. To je velmi důležité, neboť **ortodoxní přístup k propojení hybnostních a energetických podmínek z roku 1984 je velmi nepružný a otevřeně řečeno „nikam nevede“**, tedy nevede ani k řešení vytčených problémů. **V habilitační práci budou jako inspirace pro tvorbu obou typů matematických popisů využity práce A. Chaterjee a E. J. Routha. Odvození však bude provedeno vlastním způsobem**, tak aby podoba systému matematických vztahů **následně co nejlépe posloužila pro vyřešení vytčených problémů**.

Charakter řešení všech čtyř problémů spočívá v provedení precizní analýzy odvozených matematických vztahů, nalezení komplexní graficko-početní interpretace řešení střetu vozidel, vyvození příslušných zákonitostí *(například diskontinuit, lokálních extrémů funkcí, fyzikálně významných komponent funkcí a grafických objektů apod.)* a jejich verifikaci. **Systém matematických vztahů** bude třeba po rozvaze nad jednotlivých dílčími kroky a výsledky **rozvíjet do hloubky i do šířky dle konkrétních potřeb**. Nelze v této fázi resp. v této kapitole uvést zatím nic konkrétnějšího ke strategii řešení a použitým metodám, neboť habilitantovi není známo, že by se zejména poměrně složitými problémy II. a III. dosud někdo do potřebné hloubky zabýval - a je tedy těžko předvídat ….. Bude nutné postupovat „krok za krokem“ s využitím důsledné analýzy, rozvahy, zkušeností, intuice, konzultací a verifikačních postupů směrem k vyřešení problémů a přitom nic podstatného nepřehlédnout, i kdyby mělo „cestou“ dojít k objevení zcela jiného problému či jiné zákonitosti. Tento heuristický přístup je současně i metodou řešení.

Jednotlivé dílčí problémy budou podrobně uvedeny, popsány a zpracovány v samostatných kapitolách a podkapitolách určených k řešení těchto problémů.

## E - Poznámka k uspořádání habilitační práce

Literatura [7], kap. 7.2.1.3-A „Obsah (3)“, str. 123-A, uvádí, že při vytváření obsahu a struktury práce by se v desetinném členění jednotlivých kapitol a podkapitol již neměly uvádět odstavce s více než čtyřmi čísly, např. typu 3.2.4.1.1. Habilitant po rozvaze na toto doporučení přesto nepřistoupil, protože struktura a hloubka řešení dílčích problémů v této práci si již vyžaduje poněkud podrobnější členění. Snaha o „násilné“ slučování některých podkapitol by mohla být kontraproduktivní s ohledem na logiku uspořádání práce a její srozumitelnost. Dané doporučení dle [7] se i tak vztahuje na tzv. „**D**-práce“, tedy práce **D**iplomové a **D**isertační, kdy tato práce je prací **H**abilitační. Kapitoly označené velkými písmeny A - G se vztahují k obecné struktuře habilitační práce a kapitoly označené římskými číslicemi I. - IV. se věnují řešení takto označených problémů. Nadpisy kapitol k řešení problémů I. - IV. jsou zvýrazněny modrým písmem. Daný způsob označení kapitol je sice logický a přehledný, avšak odlišuje se od ČSN 016910, „*Úprava dokumentů zpracovaných textovými procesory*“. Některé obrázky a výpočetní bloky přesahují vytčené okraje stránek. Nejedná se o určitou nedbalost autora práce, ale o záměr, s cílem prezentovat grafické bloky ve vyšším rozlišení.

Seznam zkratek byl z koncepčních důvodů netypicky přesunut až na konec habilitační práce k „výrokovým větám“, přehledu použitých veličin a substitucí.

Označování vstupních a výstupních veličin v této práci vychází z kapitoly 0.1 „Formelzeichen und Abkürzungen“, [2] *(např. impulz rázové síly je označen symbolem „S“ - odvozeno od „das **S**toßantriebimpuls)*“, výjimku tvoří veličiny, které byly habilitantem definovány nad rámec zavedených fyzikálních veličin *(„ga“, „Edr“, „s“ …).* Habilitační práce přepokládá u čtenářů znalost zavedených odborných i z cizojazyčné literatury převzatých pojmů *(např. dopředný způsob odvíjení nehodového děje, ráz bez skluzu, normála dotyku, EES, GEV, der Vollstoß …).* Přesto budou důležité pojmy v práci vysvětleny. Výjimečně bude užíváno zavedené německé označení pojmů, pokud dosud nebyly v ČR ustáleny jejich české ekvivalenty. Výše uvedené neplatí pro indexy u veličin, viz opět [2].

# I. Problém: Definice, vlastnosti a význam parametru GEV

*Cílem řešení problému I. je ujasnit vliv způsobu vymezení rázového kontrolního parametru GEV na jeho velikost včetně aplikačních důsledků a rovněž popsat rozhodující vlastnosti a význam parametru $GEV_{AA}$ pro základní typy rázu, kterými jsou ráz bez skluzu - se skluzem, ráz centrický - excentrický, ráz pružně-plastický - plastický.*

## I. 0. Motivace k vyřešení problému I.

V nejrozšířenějších programech pro rekonstrukci dopravních nehod se vyskytuje kontrolní střetový ukazatel ***GEV***, který může být různě definován. Potom také doporučené rozsahy hodnot ***GEV*** pro jednotlivé typy střetů *(bez skluzu, se skluzem, počínající skluz, markantní skluz)* udávané metodikou tzv. Katalogových listů EVU [2] *(dále jen KTL, viz dole na obr. 8 v kap. „C“)* jsou kompatibilní pouze tam, kde je respektována právě definice parametru ***GEV*** dle těchto KTL. Konkrétně, při práci s programem ***CARAT (2.0, 3.0)*** lze použít doporučené rozsahy ***GEV*** dle KTL, zatímco v programu ***PC-Crash*** nikoli - právě z důvodu nekompatibility stavby ***GEV***. Potom dochází u znalců, kteří používají program PC-Crash k určité „frustraci“, když těmto ***GEV*** pro jedno z kolidujících vozidel nabývá hodnot např. ***GEV(1) = 1,55.*** Toto je mnohem více, než udává maximální doporučovaná hodnota ***GEV = 1,1*** dle KTL. I vypočtená hodnota ***GEV(1) = 1,55*** v programu PC-Crash, však obecně může a nemusí odpovídat korektnímu řešení reálného střetu vozidel. Proč však? Také na tuto otázku by mělo odpovědět vyřešení problému I.

## I. 1.0. Přístup k popisu struktury ukazatele GEV

Vyřešení problému I. si vyžaduje důsledný teoretický přístup, neboť právě aplikací tohoto typu přístupu je možno učinit určité exaktní závěry ohledně

fyzikální stavby parametru ***GEV***, jeho vlastností a významu. Bude nutno tedy nejprve odvodit systém matematických vztahů popisujících jak tzv. Kudlich - Slibarův model řešení rázu, tak také model energetický *(EES vozidel jako vstupní hodnota).* Přitom bude samostatně odvozen tento systém vztahů na bázi prací autorů A. Chaterjee [6], kap. 2.2.6.6, str. 247 a E. J. Routha [6], kap. 2.2.6.2, str. 243, viz podrobně kap. „C, D“. Teprve potom bude možno odvodit dosud nepublikovaný obecný vztah pro velikost parametru ***GEV***, který bude funkcí tzv. „dotykových podmínek“ střetu.

Studium této práce předpokládá určitou základní znalost matematických operací s vektory a maticemi atd. Obsah i použité prostředky při řešení problému I. jsou určitou teoretickou nadstavbou dosud běžně rozšířeného matematického popisu kontrolního parametru ***GEV***. Podstatné závěry jsou průběžně formulovány do 8 vět *(definicí),* takže je možno čerpat i bez podrobného studia z této práce důležité informace *(viz také kap. I. 4.0.).*

## I. 2.0. Kudlich-Slibarův model řešení rázu

Nyní bude odvozen obecný matematický vztah pro výpočet tzv. Kudlich - Slibarova modelu rázu, tedy vztah pro výpočet velikosti (19 - c) a směru impulzu rázové síly působícího při střetu vozidel na každé z těchto vozidel (42). Daný vztah je vytvořen s využitím tzv. hybnostních a „dotykových“ (resp. rázových) podmínek. Tento model používají oba výše zmíněné programy (kap. I. 0.), s tím že oba programy disponují rozšířeným 3D modelem řešení střetu (kromě starších verzí programu CARAT 2.0 a 3.1). Pro pochopení stavby ***GEV*** však postačuje vyjít z 2D modelu. Odvození 3D modelu řešení střetu je zcela analogické, pouze tvar matice (14 - a) bude mít 9 prvků a podstatně složitější tvar. Autor této práce zatím nezkoumal, zda se odlišnosti 2D a 3D modelu řešení střetu projeví v platnosti odvozených tvrzení, téměř s jistotou však tomu tak nebude.

Výpočet směru a velikosti impulzu působícího při rázu

***Poznámka:*** *Indexy „1, 2“ u dále uváděných veličin vyjadřují příslušnost těchto veličin k jednomu z kolizních vozidel označených symboly „**1, 2**“. Pokud kterákoli v této práci uvedená veličina neobsahuje ani jeden z těchto indexů „1, 2“, jedná se buď o matematický popis obecné veličiny bez vztahu k jednomu z vozidel, nebo se jedná o veličinu, která se vztahuje ke společné vlastnosti těchto vozidel, což je v případě této práce jejich střet (například společná deformační energie „**Edef**“, koeficient restituce „**k**“, tření v bodu dotyku „**μ**“ apod. ).*

**Za podstatné veličiny popisující chování soustavy lze považovat [7]:**

| | | |
|---|---|---|
| Aktivační | $\mathbf{v_1}$, $\boldsymbol{\varphi_1}$, $\boldsymbol{\omega_1}$<br>*eventuelně hybnost* $\mathbf{p_1}$ | $\mathbf{v_2}$, $\boldsymbol{\varphi_2}$, $\boldsymbol{\omega_2}$<br>*eventuelně hybnost* $\mathbf{p_2}$ |
| | *rychlost translační, směr rychlosti, úhlová rychlost* | |
| Strukturně vlastnostní | $\mathbf{m_1}$, $\mathbf{J_1}$, $\mathbf{T_1}$, $\mathbf{r_1}$ | $\mathbf{m_2}$, $\mathbf{J_2}$, $\mathbf{T_2}$, $\mathbf{r_2}$ |
| | *geometrie vozidla a bodu rázu, rozložení hmotnosti* | |
| Vazbové | **n, μ, k -** veličiny tzv. dotykových podmínek | |
| Probíhající interakce | $\mathbf{S_1 = -S_2}$ **-** *impulz rázové síly, princip akce - reakce* | |
| Procesní | **Edef** - odhad hodnoty deformační energie | |
| | $\mathbf{EES_1}$, hloubka def. $\mathbf{sD_1}$ | $\mathbf{EES_2}$, hloubka def. $\mathbf{sD_2}$ |
| Projevové | $\mathbf{v_1'}$, $\boldsymbol{\varphi_1'}$, $\boldsymbol{\omega_1'}$<br>eventuelně hybnost $\mathbf{p_1'}$ | $\mathbf{v_2'}$, $\boldsymbol{\varphi_2'}$, $\boldsymbol{\omega_2'}$<br>eventuelně hybnost $\mathbf{p_2'}$ |

*Tab. I/1 Členění podstatných veličin Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu, [7]*

***(1), (2) - obecné vztahy pro dotykové rychlosti vozidla před a po střetu, (3), (4) - obecný vztah pro hybnosti vozidla před a po střetu, (5), (6) - rovnováha hybností a impulzů včetně aplikace principu akce - reakce, (7) - impulzomomentová věta.***

$$\overrightarrow{vB} = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad (1) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \overrightarrow{vB}' = \vec{v}' + \vec{\omega}' \times \vec{r} \qquad (2)$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad (3) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \vec{p}' = m \cdot \vec{v}' \qquad (4)$$

$$\vec{p}' = \vec{p} + \vec{S} \qquad (5) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \vec{S}_1 = -\vec{S}_2 \qquad (6)$$

$$\vec{\omega}' = \vec{\omega} + \frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J} \qquad (7) \qquad \ldots\ (3) + (4) \rightarrow (5) \Rightarrow (8)\ \ldots \qquad \boxed{\vec{v}' = \frac{\vec{S}}{m} + \vec{v} \qquad (8)}$$

$$(7) + (8) \rightarrow (2) \Rightarrow (9) \quad \ldots \quad \overrightarrow{vB}' = \frac{\vec{S}}{m} + \vec{v} + \left(\vec{\omega} + \frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J}\right) \times \vec{r} = \frac{\vec{S}}{m} + \underbrace{\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r}}_{= (1) = \overrightarrow{vB}} + \underbrace{\frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J} \times \vec{r}}_{\vec{r} \times \frac{\vec{S} \times \vec{r}}{J}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{vB}' = \overrightarrow{vB} + \frac{\vec{S}}{m} + \vec{r} \times \frac{\vec{S} \times \vec{r}}{J}} \qquad (9) \quad \ldots \text{ obecný tvar "}\overrightarrow{vB}'\text{"}$$

$$\overrightarrow{vB}_1' = \overrightarrow{vB}_1 + \frac{\vec{S}_1}{m_1} + \vec{r}_1 \times \frac{\vec{S}_1 \times \vec{r}_1}{J_1} \quad (10) \qquad \text{(Voz 1) ... (Voz 2)} \quad \longleftrightarrow \qquad \overrightarrow{vB}_2' = \overrightarrow{vB}_2 + \frac{\vec{S}_2}{m_2} + \vec{r}_2 \times \frac{\vec{S}_2 \times \vec{r}_2}{J_2} \quad (11)$$

$$(6) \rightarrow (11) \Rightarrow (12) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \overrightarrow{vB}_2' = \overrightarrow{vB}_2 - \frac{\vec{S}_1}{m_2} - \vec{r}_2 \times \frac{\vec{S}_1 \times \vec{r}_2}{J_2} \quad (12)$$

..... (10) mínus (12) $\Rightarrow$ (13 - a) - vznikne tvar pro diferenci dotykových rychlostí vozidel

$$\overrightarrow{vB}_1' - \overrightarrow{vB}_2' = \left(\overrightarrow{vB}_1 - \overrightarrow{vB}_2\right) + \vec{S}_1 \cdot \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) + \left(\vec{r}_1 \times \frac{\vec{S}_1 \times \vec{r}_1}{J_1}\right) + \left(\vec{r}_2 \times \frac{\vec{S}_1 \times \vec{r}_2}{J_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13\text{-a})$$

..... definujme matici M :

$$M = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) + \frac{(r_{1y})^2}{J_1} + \frac{(r_{2y})^2}{J_2} & \frac{-r_{1x} \cdot r_{1y}}{J_1} - \frac{-r_{2x} \cdot r_{2y}}{J_2} \\ \frac{-r_{1x} \cdot r_{1y}}{J_1} - \frac{-r_{2x} \cdot r_{2y}}{J_2} & \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) + \frac{(r_{1x})^2}{J_1} + \frac{(r_{2x})^2}{J_2} \end{bmatrix} \qquad (14-a)$$

(14 - a) ⇒ (14 - b)

$$M = \begin{pmatrix} B & -C \\ -C & A \end{pmatrix} \qquad (14-b)$$

.....

$$A = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) + \frac{(r_{1x})^2}{J_1} + \frac{(r_{2x})^2}{J_2} \qquad (14-x)$$

$$B = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) + \frac{(r_{1y})^2}{J_1} + \frac{(r_{2y})^2}{J_2} \qquad (14-y)$$

.....

$$C = \frac{r_{1x} \cdot r_{1y}}{J_1} + \frac{r_{2x} \cdot r_{2y}}{J_2} \qquad (14-xy)$$

(14 - a) → (13 - a) ⇒ (13 - b) .....

$$\boxed{\overrightarrow{vB_1'} - \overrightarrow{vB_2'} = \left(\overrightarrow{vB_1} - \overrightarrow{vB_2}\right) + M \cdot \vec{S}_1 \qquad (13-b)}$$

vektor dotykového účinku

(13 - b) = alternativní tvar (13 - a)

**Ráz bez skluzu je vhodné matematicky popsat jako ráz, kdy platí pro dotykové rychlosti vozidel vztah (15).** Postřetová diference dotykových rychlostí ***($vB_1$' - $vB_2$')*** při rázu bez skluzu zachovává směr diference dotykových rychlostí před střetem ***($vB_1$ - $vB_2$)***. Všechny ostatní případy rázu jsou rázy se skluzem, kdy je možno definovat skluzovou rychlost ***(ga)*** dle vztahu (16 - a). Vztah (15) je tedy speciálním případem vztahu (16 - a), kdy platí, že skluzová rychlost ***„ga“*** je nulová ***(„ga = 0“).***

Směr vektoru ***„ga“*** je totiž nutno obecně chápat jako směr možného skluzu mezi kontaktními oblastmi vozidel *(směr tečny dotyku - označený dále symbolem **„t“** je kolmý na tzv. normálu dotyku **„n“**).* Nastavením tečny dotyku v programech tedy nastavujeme směr možného skluzu v zóně dotyku mezi vozidly. Porovnáním vztahů (15) a (16 - a) je zřejmé, že výpočet rázu bez skluzu není nijak determinován nastavením geometrie dotyku ***(ga // t, ga = 0).***

Vztah (13 - b) je zcela obecným 2D tvarem vztahu pro matematický popis změny diference dotykových rychlostí při rázu dvou těles.

$$\overrightarrow{vB_1'} - \overrightarrow{vB_2'} = -k\cdot\left(\overrightarrow{vB_1} - \overrightarrow{vB_2}\right) \quad (15) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \vec{ga} = \left(\overrightarrow{vB_1'} - \overrightarrow{vB_2'}\right) + k\cdot\left(\overrightarrow{vB_1} - \overrightarrow{vB_2}\right) \quad (16-a)$$

$$(15) \rightarrow (13-b) \Rightarrow (17-a) \quad \boxed{\vec{S_1} = (1+k)\cdot\left(\overrightarrow{vB_2} - \overrightarrow{vB_1}\right)\cdot M^{-1} \quad (17-a)} \quad \ldots \overrightarrow{\Delta vB} = \left(\overrightarrow{vB_2} - \overrightarrow{vB_1}\right) \quad (\text{subst } 1)$$

$$(14-b) \Rightarrow (18) \quad \ldots \quad M^{-1} = \frac{1}{A\cdot B - C^2}\cdot\begin{pmatrix} A & C \\ C & B \end{pmatrix} \quad (18) \quad \ldots \quad (\text{subst } 1) + (18) \rightarrow (17-a) \Rightarrow (17-x), (17-y)$$

$$\vec{S_1} = \overrightarrow{\Delta p} = (1+k)\cdot\begin{pmatrix} \Delta vBx \\ \Delta vBy \end{pmatrix}\cdot\left[\frac{1}{A\cdot B - C^2}\cdot\begin{pmatrix} A & C \\ C & B \end{pmatrix}\right]$$

$$\ldots \quad \Delta px = (1+k)\cdot\frac{A\cdot\Delta vBx + C\cdot\Delta vBy}{A\cdot B - C^2} \quad (17-x)$$

$$\ldots \quad \Delta py = (1+k)\cdot\frac{C\cdot\Delta vBx + B\cdot\Delta vBy}{A\cdot B - C^2} \quad (17-y)$$

(17 - a), (17 - x), (17 - y) ... impulz pro ráz bez skluzu

***Poznámka:*** *V programu* ***CARAT*** *je sice možno i při rázu bez skluzu nastavit normálu (tečnu) dotyku, ale toto nastavení nijak neovlivňuje řešení rázu. Pouze je přepočteno tření ($\mu$) odpovídající této nastavené geometrii a jsou také vyjádřeny dotykové rychlosti před a po střetu v tomto lokálním souřadném systému tečny a normály dotyku.*

*V programu* ***PC-Crash*** *je ráz bez skluzu interpretován pomocí tzv. třecího kužele, viz např. obr. 7 v kap. „C“. Pokud dojde k rázu bez skluzu, jsou složky vektoru impulzu také vyjádřeny vztahy (17 - x, 17 - y). Pokud nastavujeme tečnu dotyku (rovinu rázu) jen v takovém rozsahu (pro $\mu \neq 0$), že tento impulz není unášen pohyblivým okrajem třecího kužele - stále se jedná o ráz bez skluzu. Impulz je tedy stále diskrétně určen směrem i velikostí dle vztahů (17 - x, 17 - y). Proto analogicky nemá nastavení geometrie dotyku u rázu bez skluzu v programu PC - Crash žádný vliv na propočet rázu bez skluzu.*

- ***Fyzikálně je tedy vhodné definovat normálu dotyku (n), jako kolmý směr na směr možného skluzu vozidel v zóně dotyku … (n $\perp$ ga, t // ga).***

- ***Pro ráz bez skluzu (ga = 0) není z fyzikálního hlediska podstatný směr tečny (normály) dotyku.***
- ***U rázu bez skluzu zůstává směr diference rychlostí v bodu dotyku po střetu shodný se směrem této diference před střetem.***

Vztah (17 - a) je vektorovým tvarem tzv. „Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu“ vozidel pro případ rázu bez skluzu. Vztahy (17 - x), (17 - y) jsou obsahově identické s často publikovaným systémem vztahů popisujících ráz vozidel bez skluzu *(tyto konstanty **A, B, C** jsou v literatuře [9] označovány jako **c1, c2, c3**, kdy souřadný systém x - y je natočen do směru normály dotyku a je přijata vlastní znaménková konvence).*

Vztah (19 - c) je vektorovým tvarem tzv. „Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu vozidel pro případ rázu se skluzem, kde ***„$s_1$“*** je jednotkový vektor směru impulzu rázové síly. Souvislost velikosti tření v bodu dotyku ***($\mu = tg\ \phi$)*** se směrem normály dotyku ***(n)*** a směrem impulzu ***(s)*** je popsána obecně vztahem (42), viz dále.

(16 - a) → (13 - b) a $(\cdot\,\vec{n})$ ⇒ (19 - a)

$$\underbrace{\vec{ga}\cdot\vec{n}}_{=0} - k\cdot\vec{n}\cdot\left(\overrightarrow{vB_1}-\overrightarrow{vB_2}\right) = \vec{n}\cdot\left(\overrightarrow{vB_1}-\overrightarrow{vB_2}\right) + \vec{n}\cdot M\cdot\vec{S_1} \quad (19-a)$$

(19 - a) ⇒ (19 - b)

$$(1+k)\cdot\vec{n}\cdot\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right) = \vec{n}\cdot M\cdot\vec{S_1} \quad (19-b) \quad \cdots\cdots\cdots \quad \vec{S_1} = \vec{s_1}\cdot S_1 \quad (\text{subst } 2)$$

(subst 2) → (19 - b) ⇒ (19 - c)

$$\boxed{S_1 = \frac{(1+k)\cdot\vec{n}\cdot\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)}{\vec{n}\cdot M\cdot\vec{s_1}} \quad (19-c)}$$

... impulz (ráz se skluzem)

Odvození výstupních veličin řešení rázu *(postřetové směry, rychlosti, úhlové rychlosti)* jsou již v okamžiku výpočtu impulzu ***(S)*** jednoznačně dány dle vztahů *(17 - a nebo 19 - a)* a lze je jednoduše kinematicky dopočítat z původních definičních vztahů (1 - 7).

## I. 3.0. Energetický model řešení rázu

I. 3.1. Stručně k problematice řešení a vstupních hodnot

Energetický model řešení rázu je pro účely této práce třeba definovat tak, aby tento využíval stejnou skladbu vstupních veličin jako tzv. Kudlich - Slibarův model řešení rázu, viz podrobně kap. D a I. 1.0. Energetický (rázový) model je však téměř nepoužívaný. Tento systém řešení je totiž poněkud nestabilní díky jeho poměrně vyšší citlivosti ke vstupním veličinám *„**Edef** resp. **$EES_1$, $EES_2$**“*, jejichž hodnoty nejsme schopni odhadnout dostatečně přesně. Druhý problém spočívá v tom, že pro určitý výpočetní algoritmus není vždy snadné (automaticky) rozlišit, které řešení vzniklé kvadratické rovnice je reálné. Kvadratickou rovnici totiž získáme vždy - pokud jako (aktivní) vstupní hodnoty kombinujeme hybnostní a energetické podmínky *(jde samozřejmě o kombinaci první mocniny neznámé rychlosti u hybnosti a druhé mocniny této neznámé rychlosti popsané dle deformační energie).*

## I. 3.2. Vlastní odvození energetického modelu řešení rázu

$$\boxed{2\cdot Edef = 2\cdot \Delta Etrans + 2\cdot \Delta Erot \quad (20)}$$

... Popis změny kinetické energie (translace a rotace)

Edef .... Deformační energie ..... ΔEtrans .... Translační energie ..... ΔErot ..... Rotační energie

p1, p2, p1', p2' .. hybnosti vozidel před a po střetu, "Δ" .. je diferencí energie před a po střetu

$$\Delta Etrans = \frac{1}{2}\cdot m1\cdot (v_1)^2 + \frac{1}{2}\cdot m2\cdot (v_2)^2 - \frac{1}{2}\cdot m1\cdot (v_1^{`})^2 - \frac{1}{2}\cdot m2\cdot (v_2^{`})^2 \quad (21)$$ .....

$p_1 = m_1\cdot v_1 \quad p_1^{`} = m_1\cdot v_1^{`}$ ..... $p_2 = m_2\cdot v_2 \quad p_2^{`} = m_2\cdot v_2^{`}$ (22a, b, c, d) ..... (3,4) ⇒ (22 a,b,c,d)

$$2\cdot \Delta Etrans = \frac{(p_1)^2}{m_1} + \frac{(p_2)^2}{m_2} - \frac{(p_1^{`})^2}{m_1} - \frac{(p_2^{`})^2}{m_2} \quad (23)$$ (22 a, b, c, d) → (21) ⇒ (23) .....

$\vec{p}_1^{`} = \vec{p}_1 + \vec{S}_1$ (24) ..... (5) ⇒ (24) ..... $\vec{S}_1 = -\vec{S}_2$ (26) ..... (6) ⇒ (26)

$\vec{p}_2^{`} = \vec{p}_2 + \vec{S}_2$ (25) ..... (5) ⇒ (25) ..... $\vec{p}_2^{`} = \vec{p}_2 - \vec{S}_1$ (27) ... (6) → (25) ⇒ (27)

(24), (27) → (23) ⇒ (28) ..... $$2\cdot \Delta Etrans = \frac{(p_1)^2}{m_1} + \frac{(p_2)^2}{m_2} - \frac{(\vec{p}_1 + \vec{S}_1)^2}{m_1} - \frac{(\vec{p}_2 - \vec{S}_1)^2}{m_2}$$ ..... (28)

..... $$2\cdot \Delta Etrans = \frac{-2\cdot \vec{p}_1\cdot \vec{S}_1 - (\vec{S}_1)^2}{m_1} + \frac{2\cdot \vec{p}_2\cdot \vec{S}_1 - (\vec{S}_1)^2}{m_2} = 2\cdot \left(\frac{\vec{p}_2}{m_2} - \frac{\vec{p}_1}{m_1}\right)\cdot \vec{S}_1 - \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\cdot (\vec{S}_1)^2$$ ..... (29)

.... (22 a, b, c, d) → (29) ⇒ (30) :

$$\boxed{2\cdot \Delta Etrans = 2\cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)\cdot \vec{S}_1 - \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\cdot (S_1)^2 \quad (30)}$$

$$2\cdot\Delta Erot := J_1\cdot(\omega_1)^2 + J_2\cdot(\omega_2)^2 - J_1\cdot(\omega_1')^2 - J_2\cdot(\omega_2')^2 \quad (31)$$ ..... bilance deformační energie

(6), (7) → (31) ⇒ (32) $$2\cdot\Delta Erot := J_1\cdot(\omega_1)^2 + J_2\cdot(\omega_2)^2 - J_1\cdot\left(\vec{\omega}_1 + \frac{\vec{r}_1\times\vec{S}_1}{J_1}\right)^2 - J_2\cdot\left(\vec{\omega}_2 - \frac{\vec{r}_2\times\vec{S}_1}{J_2}\right)^2 \quad (32)$$

..... $$2\cdot\Delta Erot := \cancel{J_1\cdot(\omega_1)^2} + \cancel{J_2\cdot(\omega_2)^2} - \cancel{J_1\cdot(\vec{\omega}_1)^2} - 2\cdot\cancel{J_1}\cdot\vec{\omega}_1\cdot\frac{(\vec{r}_1\times\vec{S}_1)}{\cancel{J_1}} - \cancel{J_1}\cdot\frac{(\vec{r}_1\times\vec{S}_1)^2}{(J_1)^{\cancel{2}}} - \cancel{J_2\cdot(\vec{\omega}_2)^2} \ldots$$

$$+ 2\cdot\cancel{J_2}\cdot\vec{\omega}_2\cdot\frac{(\vec{r}_2\times\vec{S}_1)}{\cancel{J_2}} - \cancel{J_2}\cdot\frac{(\vec{r}_2\times\vec{S}_1)^2}{(J_2)^{\cancel{2}}}$$

$$\boxed{2\cdot\Delta Erot := -2\cdot\vec{\omega}_1\cdot(\vec{r}_1\times\vec{S}_1) - \frac{(\vec{r}_1\times\vec{S}_1)^2}{J_1} + 2\cdot\vec{\omega}_2\cdot(\vec{r}_2\times\vec{S}_1) - \frac{(\vec{r}_2\times\vec{S}_1)^2}{J_2} \quad (33)}$$ ... výsledný vztah ΔErot

..... obecně lze princip vektorové identity vyjádřit takto : $$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) \quad (34)$$

... 1. člen vztahu (33) lze dle (34) upravit takto : $$\vec{\omega}\cdot(\vec{r}\times\vec{S}) = \vec{S}\cdot(\vec{\omega}\times\vec{r}) \quad (35)$$

... analogicky (33) ↔ (35) ⇒ (36) $$(\vec{r}\times\vec{S})^2 = \underbrace{(\vec{r}\times\vec{S})}_{a}\cdot\underbrace{(\vec{r}\times\vec{S})}_{b\ c} = \vec{S}\cdot\left[(\vec{r}\times\vec{S})\times\vec{r}\right] \quad (36)$$

(35, 36) → (33) ⇒ (37) : $$2\cdot\Delta Erot = -2\cdot\vec{S}_1\cdot(\vec{\omega}_1\times\vec{r}_1) - \vec{S}_1\cdot\left(\frac{\vec{r}_1\times\vec{S}_1}{J_1}\times\vec{r}_1\right) + 2\cdot\vec{S}_1\cdot(\vec{\omega}_2\times\vec{r}_2) - \vec{S}_1\cdot\left(\frac{\vec{r}_2\times\vec{S}_1}{J_2}\times\vec{r}_2\right) \quad (37)$$

..... (37) ⇒ (38) : $$\boxed{2\cdot\Delta Erot = 2\cdot\vec{S}_1\cdot(\vec{\omega}_2\times\vec{r}_2 - \vec{\omega}_1\times\vec{r}_1) - \vec{S}_1\cdot\left(\frac{\vec{r}_1\times\vec{S}_1}{J_1}\times\vec{r}_1 + \frac{\vec{r}_2\times\vec{S}_1}{J_2}\times\vec{r}_2\right) \quad (38)}$$

(30), (38) $\rightarrow$ (20) $\Rightarrow$ (39) ..... (39)

$$2\cdot Edef = 2\cdot\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right)\cdot\vec{S}_1 - \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\cdot\left(S_1\right)^2 + 2\cdot\vec{S}_1\cdot\left(\vec{\omega}_2\times\vec{r}_2 - \vec{\omega}_1\times\vec{r}_1\right) - \vec{S}_1\cdot\left(\frac{\vec{r}_1\times\vec{S}_1}{J_1}\times\vec{r}_1 + \frac{\vec{r}_2\times\vec{S}_1}{J_2}\times\vec{r}_2\right)$$

..... $$2\cdot Edef = 2\cdot\underbrace{\left(\vec{v}_2 + \vec{\omega}_2\times\vec{r}_2 - \vec{v}_1 - \vec{\omega}_1\times\vec{r}_1\right)}_{=\,\vec{vB}_2 - \vec{vB}_1\ \text{.... viz vztah (1)}}\cdot\vec{S}_1 - \vec{S}_1\cdot\underbrace{\left[\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\cdot\vec{S}_1 + \frac{\vec{r}_1\times\vec{S}_1}{J_1}\times\vec{r}_1 + \frac{\vec{r}_2\times\vec{S}_1}{J_2}\times\vec{r}_2\right]}_{=\,M\cdot\vec{S}_1\ \text{.... viz (13 - a), (13 - b)}}$$

$$\boxed{2\cdot Edef = 2\cdot\left(\vec{vB}_2 - \vec{vB}_1\right)\cdot\vec{S}_1 - \vec{S}_1\cdot M\cdot\vec{S}_1 \quad (40)}$$

..... výsledný tvar energetické podmínky :

(19 - b) $\Leftrightarrow$ (41) :

$$\boxed{(1+k)\cdot\vec{n}\cdot\left(\vec{vB}_2 - \vec{vB}_1\right) = \vec{n}\cdot M\cdot\vec{S}_1 \quad (41)}$$

$$\boxed{\vec{s}\cdot\vec{n} = \cos(\phi) \quad (42)}$$

Současné řešení vztahů (40), (41) představuje energetický model řešení rázu dvou vozidel. Řešení těchto vztahů lze geometricky chápat jako hledání průsečíků přímky s elipsou. Zavedením určitého společného obecného parametru lze řešit rovnice (40, 41). Výsledkem jsou koeficienty ***„a, b, c“*** pro řešení kvadratické rovnice. Tento postup je již habilitantem také kompletně vyřešen, ale bude uveden až v kap. III. 5.4., jelikož dané řešení je již obsahem řešení jednoho z dílčích úkonů při řešení problému III. Jinými slovy, daný typ řešení již nesměřuje k analýze střetového ukazatele ***GEV***, tedy nesměřuje k řešení problému I.

Vztah (42) slouží jen k výpočtu tření v bodu dotyku ***„μ“,*** přičemž v tomto energetickém modelu řešení rázu může tato veličina posloužit jako veličina výstupní resp. kontrolní střetový ukazatel. Trojice obecných vztahů (40, 41, 42) v sobě koncentruje všechny dostupné fyzikální podmínky, které jsou v současnosti využívány při řešení střetu vozidel. Tato trojice vztahů současně představuje matematicky sofistikovaný systém vztahů mezi všemi podstatnými veličinami při řešení rázu vozidel. Výše uvedené platí zejména při porovnání vztahů (40, 41, 42) s dosud všeobecně rozšířenou formou zápisu vztahů, viz podrobně kap. „C a D“.

## I. 4.0. Konstrukce kontrolního střetového ukazatele GEV

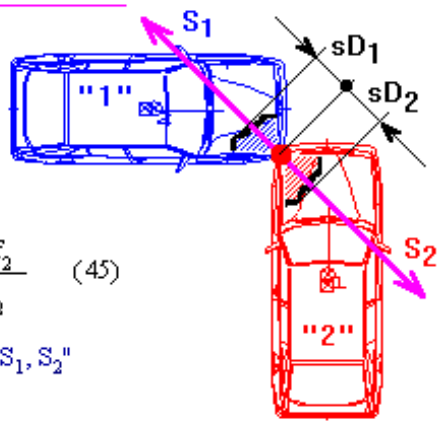
### I. 4.1. Základní model rozdělení deformační energie ***„Edef“*** na ***„EES$_1$, EES$_2$“***

Pokud jsme určitým početním způsobem získali výstupní hodnoty řešení střetu vozidel - jsou známy všechny údaje, které jsou potřebné pro výpočet tzv. energetické bilance střetu *(translační i úhlové rychlosti vozidel před a po střetu).* Potom lze jednoduše vypočítat úbytek kinetické energie vozidel ***„ΔEkin = Edef“,*** který se přeměnil na deformační energii absorbovanou v trvalých deformacích vozidel *(viz vztahy 20, 21, 30, 38, resp. přímo 40).* Dle jakého kritéria, či technického předpokladu však tuto již známou deformační energii ***„Edef“*** rozdělit, tak aby bylo možno dopočítat (žádoucí) hodnoty ***EES*** pro jednotlivá vozidla? Je tedy zapotřebí „nějak“ získat druhou přídavnou fyzikální podmínku pro vzájemnou vazbu mezi ***„EES$_1$ a EES$_2$“,*** tak aby počet rovnic odpovídal počtu neznámých. Standardním postupem v tomto ohledu je využití hloubek deformací obou vozidel v zóně dotyku, a to ve směru působícího impulzu rázové síly. Takto vznikne onen druhý potřebný vztah (49) - tzv. ***„standardní podmínka pro rozdělení hodnot EES“.*** Předmětný vztah využívá pro rozdělení hodnot veličin ***EES$_1$ a EES$_2$*** jak program CARAT (prof. H. Burg), tak i PC-Crash (prof. H. Steffan). Výpočetní algoritmus programů PC-Crash i CARAT (od verze 3.0) tyto hloubky deformací ***(sD$_1$, sD$_2$)*** může i automaticky odečíst při prováděné simulaci střetu, a to vzhledem k teoretickému (obdélníkovému) tvaru půdorysu obou vozidel a poloze bodu rázu. Není již podstatné zda polohu bodu rázu aktivně nastaví uživatel programu, či zda bude využita možnost nechat si nastavit tuto polohu algoritmem programu automaticky na základě triviálních geometrických předpokladů.

mechanická práce = energie = součin síly a dráhy ve směru síly

Vozidlo "1" $F(t)\cdot sD_1 = Edef_1$ (43)

Vozidlo "2" $F(t)\cdot sD_2 = Edef_2$ (44)




(43) → (44) ⇒ (45) ..... $F(t) = \frac{Edef_1}{sD_1} = \frac{Edef_2}{sD_2}$ (45)

sD1, sD2 ..... hloubky deformací ve směru impulzů "$S_1$, $S_2$"

$Edef_1 = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot (EES_1)^2$ (46) .... $Edef_2 = \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot (EES_2)^2$ (47) (46) → (47) → (45) ⇒ (48)

$\frac{1}{2}\cdot m_2\cdot (EES_2)^2 = \left(\frac{sD_2}{sD_1}\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot (EES_1)^2$ (48) ... (48) → (49) ... $\boxed{EES_2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{sD_2}{sD_1}}\cdot EES_1 \quad (49)}$

Pokud zavedeme (další) technický předpoklad dle vztahu (50), lze vztah (49) dále upravit. Vztah (50) vychází z předpokladu, že těžší vozidlo je také úměrně se vzrůstající hmotností deformačně tužší, proto by měl poměr hloubek deformací vozidel zhruba odpovídat recipročnímu poměru jejich hmotností. Technický trend tohoto předpokladu má jistě své statistické oprávnění, ale nemusí platit vždy zcela bez problémů. Vztah (52) by snad bylo možno nazvat *„Burgovým předpokladem“*, ale tento bude v této studii dále pracovně označován jako *„**A**ktivní **A**proximační vztah“*, proto tedy: index **AA**. Habilitant se v zahraniční odborné literatuře dosud nesetkal s nějakým zavedeným označením technického předpokladu definovaného vztahem (50). Proč je vlastně použito adjektivum *„**aktivní**“*? To je dáno tím, že tento předpoklad (vztah 50), ač možná přespříliš triviální a současně tzv. „silný“, je natolik „aktivní“, že je schopen velmi šikovně a „prozřetelně“ zabezpečit, aby parametr GEV byl (unitárním) parametrem střetu vozidel (viz dále vztahy 59 a 61 v kap. I. 4.3.) a nikoli parametrem duálním a hodnotově rozdílným pro každé z kolizních vozidel zvlášť. Proč je také použito adjektivum *„**aproximační**“*? Tento pojem značí *„**přibližný**“*, čímž bylo poukázáno na to, že daný technický předpoklad

není ani zdaleka exaktní, je spíše orientační a může být v určitých případech značně problematický. Tedy adjektivum *„aproximační“* by mělo nabádat ke zvýšené ostražitosti řešitele při používání vztahu (50), potažmo vztahu (52), vyplývajícího ze vztahů (49, 50).

$$\boxed{\frac{sD_2}{sD_1} = \frac{m_1}{m_2} \quad (50)} \quad .... \quad (50) \rightarrow (49) \Rightarrow (51) \rightarrow (52) \quad ..... \quad EES_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot EES_1 \quad (51)$$

$$\boxed{\frac{EES_1}{EES_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (52)}$$

..... aktívní aproximační vztah pro rozdělení deformační energie "Edef".

I. 4.2. Fyzikální oprávněnost rozdělení ***„Edef“*** dle *„standardní podmínky pro rozdělení **EES**“*, vztah (49)

Z obsahu kapitoly I. 4.1. by se mohlo na první pohled zdát, že pro rozdělení deformační energie „***Edef***“ na složky vyjádřené veličinami „$EES_1$“ a „$EES_2$“ platí vztah (49) dokonale, zatímco vztah (52) platí s určitým otazníkem. Tato problematika je však složitější. Vztah (49) je také odvozen na základě určitého technického předpokladu. **Tímto předpokladem je - konstantní poměr deformačních rychlostí obou vozidel v průběhu celého střetu.** Uvedený předpoklad nemusí být vždy naplněn - tedy nemusí bez problémů platit ani vztah (49).

..... viz (43), (44)

$$\frac{Edef_1}{Edef_2} = \frac{\int_0^{sD1} F_1(s)\,ds_1}{\int_0^{sD2} F_2(s)\,ds_2} = \frac{\int_0^{t_1} F_1(t)\,dt_1 \cdot \frac{ds_1}{dt_1}}{\int_0^{t_2} F_2(t)\,dt_2 \cdot \frac{ds_2}{dt_2}}$$

..... platí : $t_1 = t_2 = t$

$$\int_0^t F_1(t)\,dt = \int_0^t F_2(t)\,dt$$

..... viz také : (43), (44) $F_1(t) = F_2(t)$ .... proto platí : $S_1 = S_2$

$$\frac{Edef_1}{Edef_2} = \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{vdef_1(t)}{vdef_2(t)}$$

$$\boxed{\frac{Edef_1}{Edef_2} = \frac{vdef_1(t)}{vdef_2(t)} \quad (53a)}$$

..... podmínka platnosti vztahu (49)

... obecně platí (53b) :

$$\boxed{\frac{dEdef_1}{dEdef_2} = \frac{dw_1}{dw2} \quad (53b)}$$

.. ideální podmínka pro rozdělení "Edef"

Se vztahem (53b) by bylo možno dále pracovat, avšak problém spočívá v tom, že reálný průběh rychlostí deformace vozidel je velmi nesnadné určit. Vozidla jsou totiž velmi nehomogenní z hlediska jejich tuhostně - deformační struktury.

Pokud je v průběhu celého střetu vozidel podíl deformačních rychlostí vozidel v zóně dotyku *(ve směru impulzu)* přibližně konstantní, potom lze bez problémů použít vztah (45) resp. (49). Pokud vztah (53a) není *(ani přibližně)* splněn, nelze o korektním rozdělení ***„Edef“*** nic říci a platí pouze obecný vztah (53b).

***Poznámka:*** *Problematiku deformačních rychlostí si lze snadno představit při modelovém čelním střetu dvou identických vozidel při rychlosti pohybu 50 km/h. První z těchto vozidel má na přídi připevněnu papírovou krabici ve tvaru krychle o délce hrany 50 cm. Považujme papírovou krabici za nedílnou součást tohoto prvního vozidla. Potom by vztah (49) předpokládal, že tato (téměř) identická vozidla budou mít o několik desítek procent jiné hodnoty EES (vozidlo č. 2 by mělo asi o 40 % nižší hodnotu EES, než vozidlo č. 1) V praxi toto o různých hodnotách EES přirozeně neplatí - pokud bychom s takto definovanými vozidly provedli bariérovou zkoušku. Problém spočívá samozřejmě v tom, že po dobu destrukce*

*papírové krabice se nedeformuje druhé vozidlo. Tedy právě po dobu destrukce papírové krabice dochází ke zcela jinému poměru deformačních rychlostí, než při průběhu deformace tuhých částí vozidel.*

Zajímavé je, že právě *„aktivní aproximační vztah (52)“,* by neměl v tomto konkrétním popsaném modelovém případu žádný problém s papírovou krabicí *(s různou deformační rychlostí vozidel)* a dával by zcela správné výsledky.

***Věta č. 1: Ve směru působení impulzu rázové síly platí, že poměr okamžitých deformačních energií vozidel 1, 2 je roven poměru okamžitých deformačních rychlostí vozidel 1, 2, viz vztah (53b).***

***Věta č. 2: Pokud v průběhu celého střetu byl (zachován) konstantní poměr deformačních rychlostí obou vozidel, pak poměr (celkových) deformačních energií na vozidlech 1, 2 je roven poměru hloubek jejich deformací, viz vztah (45).***

I. 4.3. Výpočet ***EES*** a ***GEV*** vozidel 1,2 dle vztahu (52), index „***AA***“

$$Edef = Edef_1 + Edef_2 \quad (54) \qquad (46) \rightarrow (47) \rightarrow (54) \Rightarrow (55) \qquad Edef = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (EES_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (EES_2)^2 \quad (55)$$

$$(52) \rightarrow (55) \Rightarrow (56) \qquad \boxed{EES_{AA1} = \sqrt{\frac{2 \cdot Edef}{\frac{(m_1)^2}{m_2} + m_1}} \quad (56)} \qquad \ldots\ldots \text{ analogicky :} \qquad \boxed{EES_{AA2} = \sqrt{\frac{2 \cdot Edef}{\frac{(m_2)^2}{m_1} + m_2}} \quad (57)}$$

$$GEV_{AA1} = \frac{\Delta v_1}{EES_{AA1}} \quad (58) \qquad (56) \rightarrow (58) \Rightarrow (59) \cdots = \frac{\frac{S}{m_1}}{\sqrt{\frac{2 \cdot Edef}{\frac{(m_1)^2}{m_2} + m_1}}} = \boxed{GEV_{AA1} = \frac{S}{\sqrt{\frac{2 \cdot Edef}{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)}}} \quad (59)}$$

$$GEV_{AA2} = \frac{\Delta v_2}{EES_{AA2}} \quad (60) \qquad (57) \rightarrow (60) \Rightarrow (61) \cdots = \frac{\frac{S}{m_2}}{\sqrt{\frac{2 \cdot Edef}{\frac{(m_2)^2}{m_1} + m_2}}} = \boxed{GEV_{AA2} = \frac{S}{\sqrt{\frac{2 \cdot Edef}{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)}}} \quad (61)}$$

Ve vztazích (56, 57, 58, 59, 60 a 61) má index ***„AA“*** význam příslušnosti zde uvedených veličin k rozdělení ***„Edef“*** dle **A**ktivní **A**proximace, viz podrobně kap. I. 4.1. Srovnáním vztahů (59) a (61) je ihned zřejmé, že zavedením technického předpokladu dle vztahu (50) jsou veličiny ***GEV***$_{AA}$ pro obě vozidla popsány zcela shodnými matematickými vztahy a nabývají tedy přirozeně stejných hodnot ***GEV***$_{AA} \neq f\,(sD_2 / sD_1)$. Tento způsob výpočtu ***GEV***$_{AA}$ *(dle 59 resp. 61)* používá jak program **CARAT** [3] tak i **KTL** [2], viz podrobně kap. I. 0.

Výpočetní algoritmus programu **PC-Crash** [25] při stanovení hodnoty parametru ***GEV*** sice vychází také ze základních tvarů vztahů (58), (60) … *(tedy bez indexů „AA“),* avšak hodnoty ***EES*** jsou stále rozděleny dle tzv. ***„standardní podmínky pro rozdělení hodnot EES“***, viz vztah (49) v kap. I. 4.1. Potom tedy dle reálného poměru hloubek deformací ***(sD$_2$ / sD$_1$)*** dostáváme v programu PC-Crash

pro každé z vozidel 1, 2 jinou hodnotu kontrolního střetového ukazatele ***GEV ….. GEV(1)*** a ***GEV(2).*** Proto tedy obecně doporučené hodnoty $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ dle ***KTL*** pro jednotlivé typy střetů nejsou přímo využitelné při práci s výstupními hodnotami ***GEV(1)*** a ***GEV(2)***, které poskytuje program PC-Crash, viz Tab. I/2.

Výše uvedené však neznamená, že by jedna z prezentovaných metodik výpočtu $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ kontra ***GEV(1)*** a ***GEV(2)*** byla lepší či horší. Kontrolní střetový ukazatel ***GEV*** je typickou empirickou veličinou, kterou má smysl vypočítat pouze v případě, že jeho vypočtenou hodnotu lze porovnat s určitým kompatibilním etalonem - tedy škálou doporučených hodnot, kterých tato veličina může nabývat pro jednotlivé definované případy střetu. Přímo z veličin, které poskytuje jako soubor hodnot vstupních a výstupních veličin tzv. protokol programu PC-Crash, lze poměrně snadno dle vztahu (59), resp. (61) vypočítat ***„kompatibilní“*** hodnotu $\boldsymbol{GEV_{AA}}$.

| | PC-Crash | CARAT | KTL |
|---|---|---|---|
| rozdělení Edef na $EES_1$, $EES_2$ | $\mathbf{sD_2 / sD_1}$ | $\mathbf{sD_2 / sD_1}$ | $\mathbf{sD_2 / sD_1}$ |
| výpočet GEV *(ve vztahu k 49, 50)* | $\mathbf{sD_2 / sD_1}$ | $\mathbf{m_1 / m_2}$ | $\mathbf{m_1 / m_2}$ |

*Tab. I/2 Přehled používaných způsobů rozdělení Edef na $EES_{1,2}$ a výpočtu GEV*

## I. 4.4. Průměrová analýza ukazatele ***GEV*** dle uvedených metodik

V kap. I. 4.3. bylo uvedeno, že kontrolní ukazatel ***GEV*** lze bez větších problémů transparentně vypočítat dle obou z uvedených přístupů resp. způsobů. Přesto v této kapitole bude prozkoumána možnost, zda nelze učinit určitý obecnější závěr pro vzájemný vztah kontrolních ukazatelů ***GEV*** určených dle obou popsaných přístupů. Po rozvaze nad tímto dílčím problémem bude v této kapitole zkoumáno, jaký vztah má aritmetický průměr z hodnot ***GEV(1)*** a ***GEV(2)*** k vypočtené hodnotě $\boldsymbol{GEV_{AA}}$.

... označme dále ve vztahu (49) poměrnou tuhost obecně výrazem : "ξ" $\quad EES2 = \sqrt{\frac{m1}{m2}}\cdot\xi\cdot EES1 \quad (62)$

(62) → (55) ⇒ (63) → (64) $\quad Edef = \frac{1}{2}\cdot m1\cdot EES1^2 + \frac{1}{2}\cdot \cancel{m2}\cdot\frac{m1}{\cancel{m2}}\cdot\xi\cdot EES1^2$ ... $\quad Edef = \frac{1}{2}\cdot m1\cdot EES1^2\cdot(1+\xi) \quad (63)$

$$EES1 = \sqrt{\frac{2\cdot Edef}{m1\cdot(1+\xi)}} \quad (64)$$

..... (64) → (58) ⇒ (65)

$$GEV(1) = \frac{S}{\sqrt{\frac{2\cdot Edef\cdot m1}{(1+\xi)}}} \quad (65)$$

(64) → (62) ⇒ (66)

$$EES2 = \sqrt{\frac{m1}{m2}}\cdot\xi\cdot\sqrt{\frac{2\cdot Edef}{m1\cdot(1+\xi)}} \quad (66)$$

(66) → (60) ⇒ (67)

$$GEV(2) = \frac{S}{\sqrt{\frac{2\cdot Edef\cdot m2\cdot\xi}{(1+\xi)}}} \quad (67)$$

aritmetmetický průměr z : (65) ↔ (67) ⇒ (68) ..... $\quad GEVmitte(1,2) = \frac{GEV(1)+GEV(2)}{2} \quad (68)$

$$GEVmitte(1,2) = \frac{\frac{S}{\sqrt{\frac{2\cdot Edef\cdot m1}{(1+\xi)}}} + \frac{S}{\sqrt{\frac{2\cdot Edef\cdot m2\cdot\xi}{(1+\xi)}}}}{2}$$

..... $$GEVmitte(1,2) = \frac{S}{2}\cdot\left[\frac{\sqrt{m2\cdot\xi}+\sqrt{m1}}{\sqrt{2\cdot Edef\cdot m_1\cdot m_2\cdot\frac{\xi}{(1+\xi)}}}\right] \quad (69)$$

Kde leží lokální minimum GEVmitte (1, 2) ? .... $\quad \frac{d}{d\xi}GEVmitte(1,2) = \frac{d}{d\xi}\left[\frac{S}{2}\cdot\left[\frac{\sqrt{m2\cdot\xi}+\sqrt{m1}}{\sqrt{2\cdot Edef\cdot m_1\cdot m_2\cdot\frac{\xi}{(1+\xi)}}}\right]\right] = 0$

... derivace :

$$\frac{S}{\sqrt{32\cdot\xi}}\cdot\left[\frac{\left(\sqrt{1+\xi}\right)-\frac{1}{\sqrt{(1+\xi)}}-\frac{1}{\sqrt{\xi\cdot(1+\xi)\cdot\frac{m2}{m1}}}}{(Edef\cdot m1)^{\frac{1}{2}}}\right] = 0 \quad (70)$$

..... $$\xi_{min} = \sqrt[3]{\frac{m1}{m2}} \quad (71)$$

Ze vztahu (71) by bylo možno vyvodit hned několik dílčích závěrů. V souvislosti s výše uvedeným o výpočtu kontrolního ukazatele GEV v jednotlivých programech se jako reálně použitelný se jeví tento závěr:

***Věta č. 3: Pokud řešíme v programu PC-Crash střet vozidel se stejnou hmotností*** *(či velmi podobnou hmotností),* ***potom aritmetický průměr z hodnot GEV(1) a GEV(2), které udává tento program nemůže být nižší, než hodnota GEV$_{AA}$*** *(CARAT, KTL EVU).*

I. 4.5. Střetový ukazatel ***GEV$_{AA}$*** v obecném tvaru

I. 4.5.1. Vlastní odvození vztahu pro ukazatel ***GEV$_{AA}$***

Dále se budeme již zabývat pouze vlastnostmi ***GEV$_{AA}$.*** Nyní již nepostačuje jako v průměrové analýze ukazatele ***GEV*** (kap. I. 4.4.) považovat impulz ***„S“*** a deformační energii ***„Edef“*** za konstanty.

(40) → (59) ⇒ (72) .....

$$GEV_{AA} = \frac{S}{\sqrt{\frac{2\cdot Edef}{\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}}}} = GEV_{AA} = \frac{S_1}{\sqrt{\frac{2\cdot\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{S}_1-\vec{S}_1\cdot M\cdot\vec{S}_1}{\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}}}} \qquad (72)$$

(17) → (72) ⇒ (73)

$$GEV_{AA} = \frac{\cancel{S_1}}{\cancel{S_1}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{\frac{2}{S_1}\cdot\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{s}_1-\vec{s}_1\cdot M\cdot\vec{s}_1}{\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}}}} \cdots \boxed{GEV_{AA} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\frac{2\cdot\vec{n}\cdot M\cdot\vec{s}_1}{(1+k)}\cdot\frac{\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{s}_1}{\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{n}}-\vec{s}_1\cdot M\cdot\vec{s}_1}{\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}}}}} \qquad (73)$$

Vztah (73) již nelze dále v tomto vektorovém tvaru smysluplně upravit. Ve vztahu (73) se vyskytuje celkem 11 neznámých, které jsou „lidově řečeno“

navzájem „poctivě provázány“ *(každý jednotkový vektor „**n**, **s**“ považujeme za jednu neznámou - není nutno uvažovat nezávislou velikost složek jednotkového vektoru).*

Proto nyní budou po rozvaze zkoumány jen dva mezní případy, a to ráz s nulovým třením a ráz bez skluzu.

### I. 4.5.2. Speciální tvar ukazatele $GEV_{AA}$ pro nulové tření v bodu dotyku „$\mu = 0$“

Vztah (73) má však některé zajímavé vlastnosti pro nulové tření v bodu dotyku **„$\mu = 0$“**. Směr impulzu **„$s$“** se odchyluje od normály dotyku **„$n$“** o úhel **„$\phi$“**, viz vztah (42), právě v případě, kdy je při střetu realizováno určité tření **„$\mu = tg\ (\phi)$“**. Proto při nulovém tření **„$\mu = 0$“** jsou tedy směrové vektory **„$s$“** a **„$n$“** totožné **„$s \equiv n$“**.

$$GEV_{AA} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\dfrac{2\cdot\vec{n}\cdot\overrightarrow{(M\cdot n)}}{(1+k)}\cdot\dfrac{\cancel{\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{n}}}{\cancel{\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{n}}} - \vec{n}\cdot\overrightarrow{(M\cdot n)}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\boxed{GEV_{AA} = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{(M\cdot n)}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}}}} \qquad (74) \qquad \mu = 0}$$

$\mu = 0 \rightarrow \phi = 0,\ \cos(\phi) = 1$ .. tedy $\vec{s} = \vec{n}$ (viz 42) → (73) ⇒ (74) ●—▶ (14 - x, y, xy) → (14 - b) → (74) ⇒ (75)

$$\boxed{GEV_{AA} = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{\left(\dfrac{r_1y^2}{J_1}+\dfrac{r_2y^2}{J_2}\right)\cdot(n_x)^2 - 2\cdot\left(\dfrac{r_1x\cdot r_1y}{J_1}+\dfrac{r_2x\cdot r_2y}{J_2}\right)\cdot n_x\cdot n_y + \left(\dfrac{r_1x^2}{J_1}+\dfrac{r_2x^2}{J_2}\right)\cdot(n_y)^2}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}}}} \qquad (75)}$$

nx, ny .... složky jednotkového vektoru normály "$\vec{n}$" v pevném souřadném systému :

$$n_x = \cos(\delta)$$
$$n_y = \sin(\delta)$$

V případě, že vztah (76) je nulový (76 ... je část vztahu 75), potom $GEV_{AA}$ má další zajímavé vlastnosti :

$$\left(\frac{r_1 y^2}{J_1}+\frac{r_2 y^2}{J_2}\right)\cdot(n_x)^2-2\cdot\left(\frac{r_1 x\cdot r_1 y}{J_1}+\frac{r_2 x\cdot r_2 y}{J_2}\right)\cdot n_x\cdot n_y+\left(\frac{r_1 x^2}{J_1}+\frac{r_2 x^2}{J_2}\right)\cdot(n_y)^2=0 \quad (76) \cdots (76) \rightarrow (77) \cdots (77)$$

$$\frac{1}{J_1}\cdot\left(r_1 y^2\cdot\cos^2(\delta)-2\cdot r_1 x\cdot r_1 y\cdot\cos(\delta)\cdot\sin(\delta)+r_1 x^2\cdot\sin^2(\delta)\right)+\frac{1}{J_2}\cdot\left(r_2 y^2\cdot\cos^2(\delta)-2\cdot r_2 x\cdot r_2 y\cdot\cos(\delta)\cdot\sin(\delta)+r_2 x^2\cdot\sin^2(\delta)\right)$$

Vztah (77) je nulový, pokud u obou vozidel obecný tvar (78) je nulový .... $ry^2\cdot\cos^2(\delta)-2\cdot rx\cdot ry\cdot\cos(\delta)\cdot\sin(\delta)+rx^2\cdot\sin^2(\delta)=0 \quad (78)$

Substituce : $R = ry\cdot\cos(\delta) \quad (79a)$ .... $G = rx\cdot\sin(\delta) \quad (79b)$ .... $(79a)+(79b) \rightarrow (78) \Rightarrow (79)$

$R^2-2\cdot R\cdot G+G^2=0 \quad (79)$ .... $(79) \rightarrow (80)$ .... $(R-G)^2=0 \quad (80)$ .... (80) platí v případě : $\Rightarrow R=G \quad (81)$

$(79a)+(79b) \rightarrow (81) \Rightarrow (82)$ .... $\frac{ry}{rx}=tg(\delta) \quad (82)$ .... Výraz " ry / rx " je obecně tangentou úhlu, který je dán směrem spojnice mezi těžištěm vozidla a bodem rázu ... $tg(\gamma)$

$(82) \rightarrow (83) \Rightarrow (84)$ .... $tg(\delta)=tg(\gamma) \quad (83)$ .... $\delta=\gamma\pm\pi \quad (84)$ .... (84) je vlastně podmínkou centrického rázu, tedy pokud platí (84) a současně je tření v bodu rázu nulové ($\mu = 0$), potom pro $GEV_{AA}$ obecně platí vztah (85) ... viz (75) - (78).

$$GEV_{AA}=\sqrt{\frac{1+k}{1-k}} \quad (85)$$

***Věta č. 4: Pokud dojde k jakémukoli rázu a měníme hmotnosti vozidel tak, že poměr těchto hmotností zůstane zachován, pak se hodnota GEVAA nezmění.***

*Viz přímo tvar vztahu 75 (73), kdy momenty setrvačnosti $J_1$, $J_2$ lze vyjádřit jako součin konstanty a hmotností $m_1$, $m_2$.*

***Věta č. 5: Pokud dojde k rázu s nulovým třením ($\mu = 0$), potom velikost a směr translačních rychlostí vozidel před střetem a velikost úhlových rychlostí vozidel před střetem*** *(tedy vektor diference dotykových rychlostí)* ***nemá žádný vliv na velikost hodnoty GEVAA.***

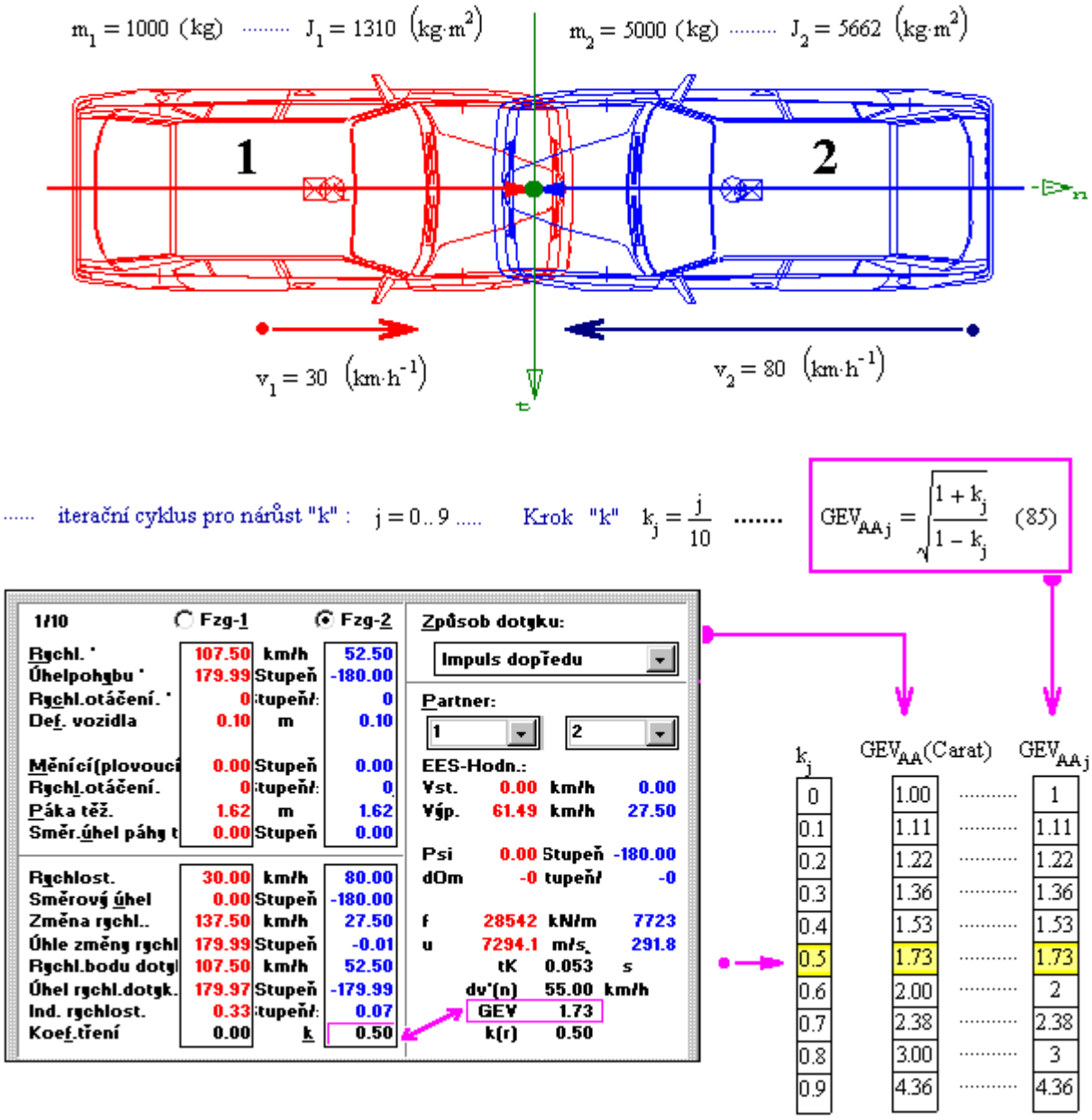
*Viz přímo tvar vztahu (74), kdy $GEV_{AA}$ již není funkcí vektoru ($vB_2$-$vB_1$).*

***Věta č. 6: Při rázu s nulovým třením*** *($\mu$ = 0)* ***nemůže být hodnota GEVAA nikdy vyšší, než hodnota GEVAA, která je dána vztahem (85). Pokud současně platí, že koeficient restituce je nulový*** *(k = 0),* ***potom nemůže hodnota GEVAA být nikdy vyšší než …. „1,00“.***

*Bylo již odvozeno, že výsledek vztahu (76) nemůže být nikdy záporný, viz vztahy (80, 75).*

***Věta č. 7: Pokud při rázu s nulovým třením*** *($\mu$ = 0)* ***směřuje impulz do těžišť obou vozidel, potom se jedná o centrický ráz a hodnotu GEVAA lze určit dle speciálního vztahu (85). Pokud je současně koeficient restituce nulový*** *(k = 0),* ***potom tedy platí, že … GEVAA = 1,00.***

Nyní ještě bude testován v programu CARAT 2.0 vztah (85), na ideálním centrickém střetu vozidel. Vstupní hodnoty *(hmotnosti a rychlosti pohybu vozidel před střetem)* jsou zvoleny záměrně pro obě vozidla různě, tak aby byla dokladována netečnost těchto „vstupních“ hodnot vzhledem k určení hodnoty ukazatele „***GEVAA“***. Koeficient restituce ***„k“*** se bude pohybovat v iteračním cyklu ***„k = 0 …. 0,9*** *s krokem* ***0,1“.***




Pro identické zadání úlohy dává vztah (85) naprosto shodné výsledky řešení střetového ukazatele ***GEV***$_{AA}$ jako program CARAT 2.0. Jedná se přitom o tzv. přímý centrický střet vozidel, jak již bylo uvedeno výše. Pokud čtenářům této práce vztah (85) „něčím“ připomíná vztah pro výpočet poloměru mezikruží *„energetického“* impulzu u tzv. metody „překrytí ploch“, viz dále vztah (182), potom tato podobnost není vůbec náhodná.

Ze vztahů (40), (41) lze tedy velmi snadno odvodit nejen *„poloměr energetického impulzu“*, ale také klasický vztah pro úbytek kinetické energie dvou těles při pružno - plastickém centrickém rázu.

### I. 4.5.3. Speciální tvar ukazatele ***GEV$_{AA}$*** pro ráz bez skluzu

Vztah (17 - a) bude nyní využit pro analýzu základních vlastností **GEV$_{AA}$**, tentokráte pro ráz bez skluzu. Skalární velikost impulzu „***S$_1$***“ *(tj. čitatel vztahu 72),* lze elegantně vyjádřit jako druhou odmocninu z druhých mocnin vektorového tvaru impulzu, viz vztah (17 - a).

$$\text{(subst 1)} \rightarrow (72) \Rightarrow (86) \qquad GEV_{AA} = \frac{\sqrt{\left(\overrightarrow{S_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)}}{\sqrt{2 \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot \overrightarrow{S_1} - \overrightarrow{S_1} \cdot M \cdot \overrightarrow{S_1}}} \qquad (86) \quad \cdots\cdots \quad \text{(subst 1)} \rightarrow (17\text{ - a}) \rightarrow (86) \Rightarrow (87)$$

$$GEV_{AA} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} \cdot \sqrt{(1+k) \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-1} \cdot M^{-1} \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot (1+k)}}{\sqrt{2 \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-1} \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot (1+k) - (1+k) \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-1} \cdot \underbrace{M \cdot M^{-1}}_{=1} \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot (1+k)}} \qquad (87) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (87) \Rightarrow (88)$$

$$GEV_{AA} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} \cdot \sqrt{\overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-2} \cdot \overrightarrow{\Delta vB}}}{\sqrt{\frac{2}{1+k} \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-1} \cdot \overrightarrow{\Delta vB} - \overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-1} \cdot \overrightarrow{\Delta vB}}}$$

$$\boxed{GEV_{AA} = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{\overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-2} \cdot \overrightarrow{\Delta vB}}{\overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-1} \cdot \overrightarrow{\Delta vB}}}} \qquad (88)$$

***Věta č. 8: Při rázu bez skluzu je hodnota GEV$_{AA}$ úměrná koeficientu restituce „k“ způsobem, který definuje vztah (85)*** *(viz srovnání 85 a 88).*

I. 4.5.4. Stručně k ukazateli **$GEV_{AA}$** pro ráz se skluzem

Také u rázu se skluzem hodnota ***$GEV_{AA}$*** nemůže překonat hodnotu ***$GEV_{AA}$***, která je dána vztahem (85). Toto bylo habilitantem odvozeno a v praxi ověřeno i pro rázy se skluzem, ale toto odvození nebylo z praktických důvodů do této práce zařazeno.

U nereálných (čistě teoretických) rázů vozidel se skluzem, kdy hodnota tření „***μ***“ již dosahuje nadkritických hodnot (vyšších než je potřebné pro prosté zastavení skluzu) dochází k nefyzikálnímu smýkání deformačních zón vozidel opačným směrem. Takto lze při současném nastavení vysokých hodnot koeficientu restituce (k → 1,0) čistě teoreticky „získávat“ kinetickou energii vozidel v důsledku střetu a ukazatel ***$GEV_{AA}$*** by již paradoxně nabýval záporných a současně velmi vysokých hodnot. Z praktického hlediska však nemá smysl se těmito nefyzikálními případy příliš zabývat.

Ve starších verzích programu CARAT 2.0 a 3.1 je překročení tohoto energeticky nereálného mezního stavu jen *„ošetřeno“* chybovým hlášením **„Energiedifferenz negativ (oder 0)“** a vzápětí program zpravidla tzv. „zkolabuje“. V programu PC-Crash ani nelze těchto nefyzikálních stavů dosáhnout, protože algoritmus programu nebude pro výpočet působícího impulzu respektovat vyšší hodnotu tření v dobu dotyku „μ“, než činí hodnota mezní. Oba uvedené programy sice využívají stejné fyzikální podmínky, avšak způsob jejich graficko-početní interpretace a tzv. „ošetření“ mezních podmínek se poněkud liší.

V obou uvedených programech lze však snadno dosáhnout teoretické hranice, kdy deformační energie ***„Edef“*** může být při nějakém nereálném střetu vozidel nulová *(tedy Ekin = Ekin‘ ⇒ Edef = 0, EES1 = 0, EES2 = 0, GEV = ∞… viz vztahy 58, 60).*

## I. 5.0. Shrnutí závěrů k řešení problému I.

Obsah řešení problému I. spočíval v objasnění různých definic rázového kontrolního parametru ***GEV*** včetně aplikačních důsledků a rovněž měly být popsány rozhodující vlastnosti a význam tohoto parametru pro základní typy rázu.

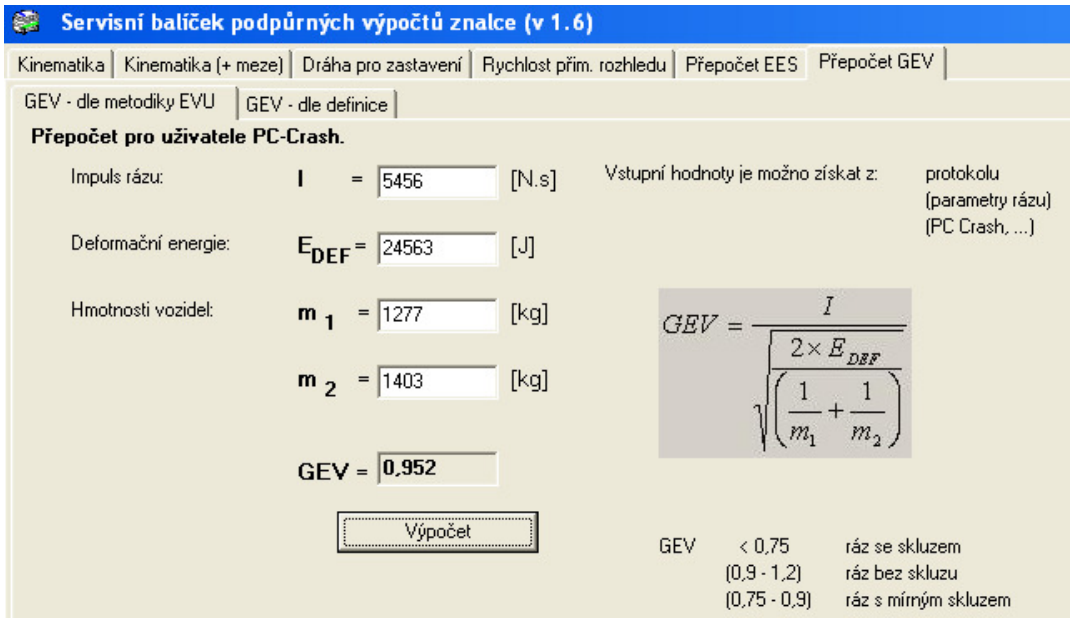
Pro řešení problému I. byla využita rešeršní studie, viz kapitola C. Také byla provedena analýza problému v kap. I. 1.0. a byly použity metody v intencích kapitoly D.

V kap. I. 2.0. a I. 3.0. byly odvozeny potřebné matematické modely, které byly následně v dalších kapitolách využity jako prostředek pro provedení dalších analytických kroků při řešení problému I.

V kap. I. 4.0. byly podrobně objasněny příčiny a důsledky dvou různých a vzájemně neslučitelných definic kontrolního rázového parametru ***GEV***. Základem obou různých definic ukazatele ***GEV*** je sice společný vztah (49), ale další postup autorů definic se liší (pan prof. H. Burg kontra pan prof. H. Steffan). Pro rozdělení celkové (vypočítané) deformační energie ***Edef*** na obě vozidla ve formě $\boldsymbol{EES_1}$ a $\boldsymbol{EES_2}$ a následnému výpočtu ukazatele ***GEV*** totiž bylo třeba buď pracovat s poměrem hloubek deformací vozidel $\boldsymbol{sD_2 / sD_1}$ (viz přímo vztah 49, jak učinil Steffan) anebo bylo třeba přijmout nějaký jiný technický předpoklad (viz vztah 50, jak učinil Burg). Oba autoři sice rozdělují ***Edef*** na $\boldsymbol{EES_1}$ a $\boldsymbol{EES_2}$ dle vztahu (49), avšak Burg, pro výpočet ukazatele ***GEV***, který je opět funkcí těch samých veličin $\boldsymbol{EES_1}$ a $\boldsymbol{EES_2}$, již využívá jiný technický předpoklad. Působí poněkud nelogicky, když v jeden okamžik autor uvádí určité hodnoty veličin $\boldsymbol{EES_1}$ a $\boldsymbol{EES_2}$ a poté ty samé veličiny pro výpočet ukazatele ***GEV*** již (účelově) nabývají jiných hodnot (viz tab. I/2). Habilitant však dobře porozuměl motivaci pro provedení této na první pohled „podivné operace“. Motiv k jejímu provedení spočívá v tom, že kontrolní (unitární) ukazatel $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ je v Burgově pojetí vlastností střetu vozidel a nikoli každého vozidla zvlášť *(a tedy s různými hodnotami této veličiny* $\boldsymbol{GEV_1}$ *a* $\boldsymbol{GEV_2}$*).* Burgovo pojetí má tedy i své výhody. V kap. I. 4.3. habilitační práce uvádí odvození, vzájemný přepočet ukazatelů dle

obou definic i vysvětlení příslušných aplikačních důsledků. Pro různě definované ukazatele ***GEV*** zavedl habilitant dolní indexy, tedy $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ kontra $\boldsymbol{GEV_1}$ *a* $\boldsymbol{GEV_2}$, tak aby v praxi nastal v tomto ohledu konečně určitý pořádek a nepřetrvávaly dlouhodobé a zbytečné názorové diskrepance mezi znalci díky nepochopení dvou vzájemně neslučitelných definic ukazatele ***GEV***. Před uveřejněním studií habilitanta totiž měli znalci stále měli tendenci porovnávat vypočítané hodnoty dvou ukazatelů $\boldsymbol{GEV_1}$ *a* $\boldsymbol{GEV_2}$ se škálou doporučených hodnot, které však jsou slučitelné pouze s definicí $\boldsymbol{GEV_{AA}}$, viz např. pravá dolní část obr. I./1 či také obr. 8 v kap. „C“.

Prvním a v podstatě okamžitým praktickým dopadem již uveřejněné habilitantovy studie o vlastnostech ukazatele ***GEV*** bylo převzetí publikovaných vztahů (59) a (61) do programu „Servisní balíček podpůrných výpočtů znalce (v 1.6)“ autora pana doc. Ivo Drahotského [5], viz náhled níže.




*Obr. I/1 Příklad využití vztahů (59) a (61) v programu [5]*

V kap. I. 4.4. habilitační práce uvádí tzv. průměrovou analýzu ukazatelů $\boldsymbol{GEV_1}$ *a* $\boldsymbol{GEV_2}$. Jedná se však spíše o drobnou praktickou orientační pomůcku při práci s programem PC-Crash, která nemá téměř žádný teoretický význam.

V kap. I. 4.5. se habilitační práce zabývá vlastnostmi ukazatele $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ pro jednotlivé kvalitativně významné typy rázů vozidel. Především bylo zjištěno, že hodnota ukazatele $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ nikdy nemůže překonat hodnotu $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ příslušnou pro jakýkoli centrický ráz. Tato limitní hodnota veličiny $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ je dána vztahem (85), který je multiplikační vzhledem k jediné vstupní veličině, a to koeficientu restituce „***k***“. Čím více se střetová konfigurace vzdaluje od případu ideálního centrického rázu - potom je ráz více a více náchylnější ke skluzu (statisticky) a k postřetovým rotacím vozidel (exaktně), které mají společně za následek snižování limitní hodnoty $\boldsymbol{GEV_{AA}}$, a to od hodnoty dané vztahem (85). U centrického rázu je hodnota ukazatele $\boldsymbol{GEV_{AA}}$ pouze funkcí koeficientu restituce „***k***“ a tato hodnota neukazuje řešiteli vůbec nic podstatného ve smyslu určité zpětnovazební kontroly kvality řešení střetu. Výše uvedené v tomto odstavci je druhým z důležitých závěrů ve věci vyřešení problému I.

Další dílčí méně významné závěry jsou shrnuty jen ve formě výrokových vět č. 1.-5. kapitoly I. a nebudou již na tomto místě duplicitně uváděny.

Otevřeně je třeba uvést, že význam kontrolního střetového ukazatele GEV je v současnosti již minimální, [14], [15], což je dáno markantním rozšířením tzv. Kudlich - Slibarova modelu rázu, viz podrobně poslední odstavec kapitoly C. Navzdory tomu lze uvést, že problém I. byl v této habilitační práci důsledně vyřešen s tím, že zejména obsah kapitol I. 2.0., I. 3.2. a I. 4.3. bude nadále využit i při řešení dalších problémů II., III. a IV.

## II. Problém: Komplexní matematický model řešení střetu vozidel v mezích technicky přijatelných hodnot, grafická interpretace řešení

*Cílem řešení problému II. je vytvořit komplexní matematický model pro řešení rázu vozidel včetně energetických a dotykových podmínek umožňující zadávání vstupních veličin v intervalu technicky přijatelných hodnot. Matematický model musí být sestaven takovým způsobem, aby byl vhodný pro graficko-početní interpretaci řešení rázu. Pro potřeby výzkumu v oboru i praxi je třeba popsat a vysvětlit důležité zákonitosti řešení a možnosti jejich fyzikální interpretace.*

***Summary:*** Computer programs for car accident analysis usually collect values for given set of "input" variables and then calculate values for another given set of "output" variables. The problem is that every particular car accident has unique set of values which are known and we have to calculate the rest. Hence the computer program asks for some values which we do not know so we have to try some and than we have to compare the calculated results with known real values. This "try and fail" method is not anyhow deterministic and it is not possible to write down procedure how we have found the result and whether it is the only result or not.

The best solution of the problem would be to give the program all known values for the particular accident and then the program should find all possible solutions of given problem. Such program does not exist because it has to have very powerful solver, which could derive its own equations from the basic physical principles.

However some compromise of these two opposites is possible. The program requires values for some small number of given "input" variables and then it allows the user to add the values or "min-max" interval of other variables if they are known. Each of this new added input value gives new restriction for set of possible output values. These restrictions can be graphically represented by some

areas in the momentum graph. The set of possible results is then given by the overflap of all the areas.

The article describes how to calculate the shape and size of the area belonging to each condition. Many of these conditions are not linear and that's why the corresponding area has an elliptic or even more complex shape.

## II. 1.0. Motivace k vyřešení problému II.

V současné době není rozšířena taková metodika řešení střetu vozidel, která by byla současně po stránce teoretické i uživatelské optimální. Výsledkem vyřešení problému II. může být vytvoření takové graficko-početní interpretace řešení střetu vozidel, která by spojovala pozitiva již zavedených poznatků a přístupů k řešení. Obsah řešení problému II. by měl konkrétně ukázat, jak lze graficky interpretovat tzv. dotykové (rázové) řešení (**k, μ, n**), řešení energetické (**$EES_1$, $EES_2$**), řešení **GEV** a dovodit veškeré klíčové a jakkoli dále využitelné zákonitosti.

## II. 2.0. K vlastnostem nejrozšířenějších metodik řešení střetu vozidel

- Již roku 1982 byla poprvé publikována tzv. metoda rhomboidního řezu a metoda energetického prstence *(dále jen metoda „překrytí ploch")*, které umožňují řešit střet vozidel graficko-početní metodou v rozsahu technicky přijatelných hodnot *(dále jen řešení v mezích).* Řešení je graficky elegantně interpretováno, ale tato metoda není metodou komplexní. Její nekomplexnost spočívá v tom, že k řešení nebylo využito všech fyzikálních podmínek pro analýzu střetu, které jsou v současnosti již dostupné, viz podrobně kap. „C".
- Zejména nebyly u metody „překrytí ploch" aplikovány tzv. dotykové podmínky. Případné další modifikace metody jinými autory lze sice připustit,

ale v každém případě první publikace [23] k dané problematice dotykové podmínky ještě neuvádí.

- Metoda „překrytí ploch“ využívá při grafické interpretaci řešení hybnostní podmínky *(**I**mpuls - **S**piegel - **V**erfahren), dále jen zavedené označení **I-S-V***, a impulzomomentové (rotační) podmínky *(**D**rehimpuls - **S**piegel - **V**erfahren) dále jen **D-S-V.*** Metoda energetického prstence zase využívá energetickou podmínku *(Energie - Ring - Verfahren, dále jen **E** - **Ring**)*, viz kap. „C“.
- Hybnostní a impulzomomentové řešení střetu je v rámci výše popsaných metod graficky vyjádřeno pomocí dvou obecných čtyřúhelníků a disipovaná deformační energie ***Edef*** je graficky interpretována tzv. energetickou elipsou. Průnikem příslušných různorodých podmínek resp. jejich obrazů na unitární „ploše impulzů“ lze získat řešení střetu, tedy vektor impulzu rázové síly a vektory hybností vozidel před střetem, a to v mezích technicky přijatelných hodnot, viz podrobně kap. „C“.
- Současné programy pro rekonstrukci dopravních nehod *(dále jen programy)* běžně umožňují využít všechny dostupné fyzikální podmínky při řešení střetu. Znalec řeší nepřímou a poměrně složitou optimalizační úlohu s cílem dosáhnout při simulaci stav, kdy již nastane dostatečně „těsná“ konsenzuální korespondence jeho řešení s veškerými informacemi o charakteru a uspořádání stop v místě dopravní nehody. Jedná se tedy o typickou aplikaci tzv. metody „pokus - omyl“, přičemž dosaženému (relativně nejlepšímu) řešení jsou následně téměř vždy intuitivně stanoveny meze technicky přijatelných hodnot, a to téměř vždy bez jakéhokoli konkrétního vědeckého odůvodnění. Metodickou nevýhodou takovéhoto přístupu je určitá nesystémovost s jakou je dosaženo výsledné řešení a s jakou jsou stanoveny meze technicky přijatelných hodnot výsledků výstupních veličin. Uživatel programů tedy nemá názornou představu o vazbách mezi vstupními a výstupními veličinami a nemusí vždy nalézt správné řešení, či všechna řešení, anebo správně vymezit množinu technicky přijatelných řešení. Řešitel tedy dopředu neví co se stane, když ……, protože nemá dostatečně přesnou představu o vazbách a chování

multiveličinového systému, které povedou k nalezení poměrně složité rovnováhy mezi veličinami.

- Na straně druhé mají programy nespornou výhodu v univerzálnosti použití při řešení komplikovaných úloh jako jsou vícenásobné střety například i více než dvou vozidel, kolize s různými překážkami, propojení kolizí s jízdní dynamikou *(např. náraz vozidla do určitého stavebního objektu při převracení v příkopu)*, možnost volby různých typů modelů řešení apod. Používání programů přitom nepředstavuje až tak vysoké nároky na znalost teorie a abstraktní představivost řešitele jako je tomu v případě aplikace metody „překrytí ploch“. Přínos těchto programů je třeba spatřovat i v tom, že tyto navíc poskytují různé databanky, servisní a podpůrné moduly či grafickou prezentaci ve formě 3D náhledů na provedenou simulaci atd. Výše popsané důvody jsou pravděpodobně příčinou toho, že využití programů je zhruba od počátku tohoto tisíciletí v rozvinutých zemích naprosto dominantně převažujícím přístupem analytiků dopravních nehod k řešení úloh tohoto typu.

<table>
<tr><td>Interval ano či ne /<br>/ typ řešení střetu</td><td colspan="2">Řešení v mezích</td><td>Řešení diskrétní</td></tr>
<tr><td>Ortodoxní řešení, bez dotykových podmínek</td><td colspan="2">I-S-V, D-S-V, E - Ring, metoda „překrytí ploch“, program Winkol 1.0 a 2.0, MDRHI, kap. C, obr. 2</td><td>Slibarův impulzní diagram DRHI, kap. C, obr. 1; hybnostně - energetické řešení …., kap. C, obr. 5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Komplexní řešení včetně dotykových podmínek „k, μ, n“ - jako vstupní hodnoty</td><td>Analyticky</td><td>Numericky</td><td rowspan="2">Kudlich - Slibarův model rázu (programy CARAT, PC-Crash, V-Crash, jedná se o naprosto převažující přístup)</td></tr>
<tr><td>Záměr k vyřešení problému II.</td><td>Optimalizace včetně jízdní dynamiky (program PC-Crash)</td></tr>
</table>

*Tab. II/1 Přehledné uspořádání možných metodických přístupů k řešení střetu*

## II. 3.0. Komplexní graficko-početní interpretace řešení střetu

II. 3.1. Charakteristika modelového objektu a způsob modelování

Metodický přístup, který je v rámci řešení problému II. dále představen:

- nezavádí nové fyzikální podmínky, které by dosud nebyly v teorii řešení střetů známy, *(viz kap. „D“ - Cíl práce, povaha a analýza problému, použité metody)*
- výhodně spojuje optimální uživatelský přístup s teoretickými poznatky k řešení střetu
- zaměřuje se na dovození podstatných zjevných i skrytých zákonitostí, které by bylo možno využít v praxi i pro další výzkum v oboru, *(viz formulace problému II. v kap. „B“)*
- po teoretické i praktické stránce demonstruje, jak lze vytvořit model řešení střetu s těmito vlastnostmi:

1. využití všech *(v současnosti)* aplikovaných fyzikálních podmínek
2. řešení v rozsahu technicky přijatelných hodnot *(řešení v mezích)*
3. systematický postup řešitele na pozadí přehledného typu řešení *(aktivní řešitel)*
4. komplexní grafická interpretace dosaženého řešení.

U řešení střetu vozidel, kdy předpokládáme, že střet neprobíhá v čase, je třeba vždy **nalézt velikost a směr impulzu rázové síly** *(dále jen impulz).* Základní myšlenkou v rámci vyřešení problému II., je podobně jako u metody „překrytí ploch“, **zobrazení grafických polí, které na ploše „impulzu“ představují mezní splnění všech známých veličin**. Bude tedy vytvořen takový fyzikální model umožňující zakreslit jednotlivé plochy odpovídající všem požadovaným mezím výsledků řešení, které musí impulz rázové síly pro konkrétní střet vozidel splňovat *(směry a rychlosti vozidel po střetu, rotace vozidel po střetu, EES, GEV, $\mu$, k, n).* Znalec tedy bude mít po zakreslení všech těchto ploch **dokonalý přehled o tom, které požadované meze výsledků jsou či nejsou splněny pro určité množiny**

**poloh impulzu**. Poté znalec již jen optimalizuje zejména rychlosti vozidel před střetem, směry těchto rychlostí, polohu bodu rázu (dotyku) a střetovou polohu vozidel, tak aby řešení střetu odpovídalo stopám v místě dopravní nehody, které reprezentují právě výše uvedená grafická pole. Nalezením takovéhoto **optimálního impulzu** *(v ideálním případě pro průnik všech ploch)* **je řešení střetu jednoznačně určeno**, přičemž takovéto řešení střetu musí potom zákonitě akceptovat meze všech dopředu známých resp. „požadovaných“ veličin.

II. 3.2. Rozbor vlastností jednotlivých ploch

II. 3.2.1. Rázové (dotykové) řešení

II. 3.2.1.1. Elipsa volného skluzu *(dále jen elipsa skluzu)*

Impulz u rázového řešení střetu je obecně dán vztahem (19 - c). Pokud graficky znázorníme vztah (19 - c) při nulovém tření v bodu dotyku (**μ = 0**) získáme tzv. elipsu skluzu (vztah 100). Na této elipse tedy leží koncové body všech impulzů, u kterých je tření nulové (**μ = 0**). Proto nalezením průniku libovolné normály dotyku „**n**“ s touto elipsou skluzu je možno ihned nalézt vektor impulzu bez tření „**Sn**“. Spojnice vektoru „**Sn**“ a impulzu bez skluzu „**Sv**“ se nazývá třecí úsečka (viz kap. II.3.2.1.2.). Zejména pro provedení konstrukce třecí úsečky je třeba definovat elipsu skluzu.

(19 - c) => (100)

$$S_n = \frac{(1+k)\cdot \vec{n}\cdot\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)}{\vec{n}\cdot M\cdot\vec{n}} \quad (100)$$

$\mu = 0$ ..... impulz (ráz bez tření)

(42) <=> (101)

$$\vec{s}\cdot\vec{n} = \cos(\phi) \quad (101) \quad \cdots\cdots \quad \mu = \mathrm{tg}(\phi) \quad (101a)$$

..... tření

Elipsu skluzu „**$S_1$ = f (n)**“ získáme tak, že do vztahu (100) dosadíme všechny možné směry normály dotyku **„n“** za podmínky „**$\mu$ = 0**“ (101a), tedy tření v bodu dotyku bude pro všechny body elipsy skluzu nulové.

Elipsa skluzu má tyto vlastnosti:

- impulz bez tření „**Sn**“ má vždy směr příslušné normály „**n**“
- velikost impulzu bez tření je dána průnikem normály s elipsou skluzu
- elipsa zároveň ukazuje hranici nulové energie tření (**Ereib = 0**)
- pokud by se vektor impulzu nacházel mimo tuto elipsu skluzu - impulzu by odpovídalo nereálně vysoké tření ($\mu$) a potom by se vozidla v deformační zóně nefyzikálně smýkala opačným směrem
- elipsa prochází bodem dotyku vozidel „**B**“, **n $\perp$ $\Delta$vB**, kdy **$S_1$ (B) = 0**, viz (100)
- na této elipse se v bodu „**V**“ také nachází impulz bez skluzu „**Sv**“, který normuje velikost elipsy skluzu
- střed elipsy skluzu „**MA**“ se nachází v polovině spojnice mezi body „**B**, **V**“
- pokud je normála dotyku pootočena o **180 stupňů**, dostaneme pro impulz zápornou velikost a jejím vynesením na vektor normály získáme stejné řešení jako bychom normálu neotočili.

Vlastnosti elipsy skluzu jsou vázány na vlastnosti matice M takto:

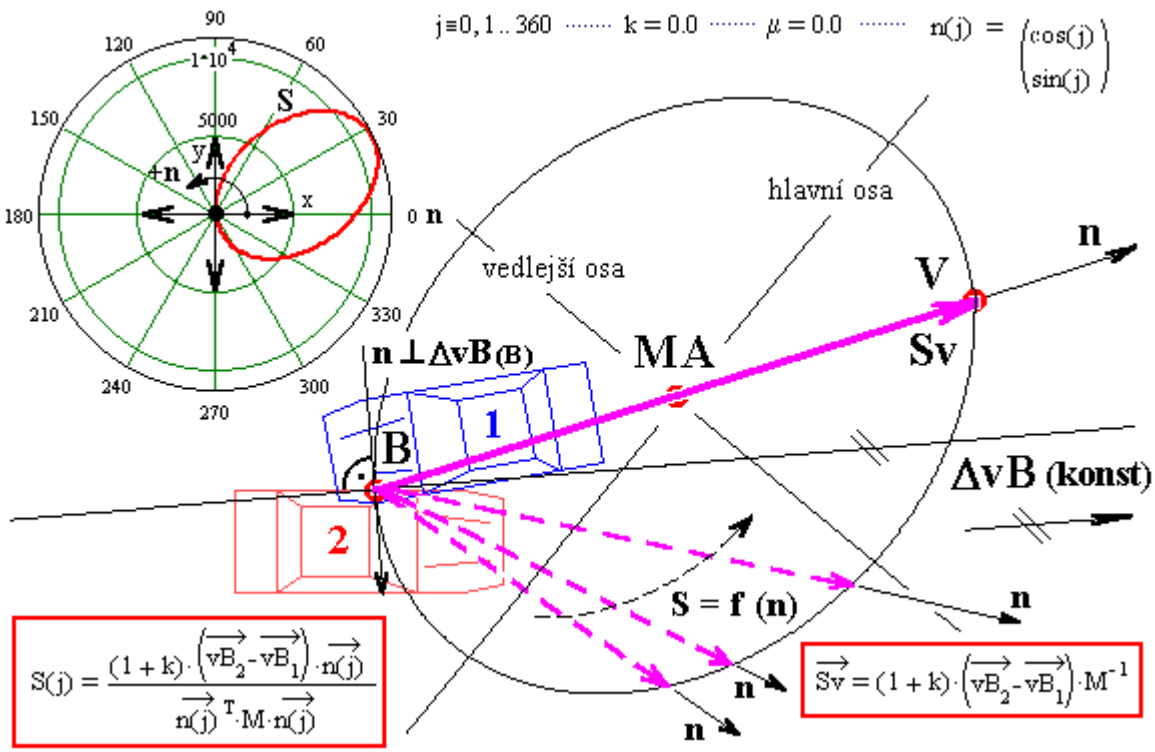
- matice „**M**“ je symetrická *(člen - „ **- C**“ na její diagonále)*, proto obě vlastní čísla matice jsou reálná a vlastní vektory jsou vzájemně kolmé
- orientace poloos elipsy skluzu odpovídá směrům vlastních vektorů matice „**M**“
- poměr délek poloos je roven odmocnině z poměru vlastních čísel matice „**M**“.

***Poznámka - analogie k nefyzikálnímu směru smýkání:*** *Pokud budeme kladením kamenů do koryta potoka zvyšovat odpor toku (analogie: zvyšující se tření „$\mu$“) můžeme se dostat až k jeho přehrazení a tedy zastavení toku (analogie: **$\mu$max - ráz bez skluzu, ga = 0**). Pokud budeme během tohoto úplného přehrazení potoka dále zvyšovat odpor toku potoka (analogie: **$\mu$ > $\mu$max**), nepřinutíme potok, aby začal od*

*této hráze téci zpět „do kopce“. U rázu vozidel je nereálné, aby tření v bodu dotyku překročilo mez (**μ > μmax**), protože při dále zvyšujícím se tření by u vozidel došlo (na rozdíl od potoka) k nefyzikálnímu směru pohybu. Vozidla by se tedy těsně po rázu při (**μ > μmax**) smýkala proti původnímu směru pohybu těsně před rázem.*

***Věta č. 10: Impulz bez skluzu „Sv“ lze obecně nahradit impulzem s nulovým třením Sn(μ = 0), pokud je normála dotyku nastavena ve směru tohoto impulzu bez skluzu „n // Sv“.***

*Vozidla nemají tendenci „klouzat“, skluzová rychlost „**ga**“ je nulová a ráz je z pohledu realizace rázových sil „plně efektivní“ - tedy ráz bez skluzu.*




*Obr. II/1 Geometrie elipsy skluzu*

Elipsu skluzu je možno konstruovat implicitně přímo dle vztahu (100) - pro **μ = 0** bez nutnosti zabývat se vlastnostmi poloos této elipsy, viz obr. II/1. Existuje

však grafický i početní postup, jak orientaci poloos určit. Pro úplnost bude nyní demonstrován jeden ze způsobů, jak lze určit orientaci poloos elipsy početně.

$$M\cdot\vec{v} - \lambda\cdot\vec{v} = 0 \quad (102) \quad \ldots\ \vec{v}\text{ - vlastní vektor, }\lambda\text{ - vlastní číslo} \qquad (102) \Rightarrow \mathrm{DET}\begin{pmatrix} A-\lambda & -C \\ -C & B-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

(14 - a, 14 - b)

$$\Rightarrow \quad \lambda^2 - (A+B)\cdot\lambda + A\cdot B - C^2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \boxed{\lambda_{1,2} = \frac{(A+B) \pm \sqrt{(A-B)^2 + 4\cdot C^2}}{2} \quad (103)}$$

$$\begin{pmatrix} A & -C \\ -C & B \end{pmatrix}\cdot\vec{v} = \lambda\cdot\vec{v} \quad (104) \quad \rightarrow \quad \left.\begin{array}{ll} A\cdot vx - C\cdot vy = \lambda\cdot vx & (105a) \\ -C\cdot vx + B\cdot vy = \lambda\cdot vy & (105b) \end{array}\right\} \ldots\ \text{stejný směr vektoru, potom platí :}$$

$$(105\,a) \rightarrow \quad (A-\lambda)\cdot vx = C\cdot vy \quad \xrightarrow{\pm\lambda} \quad \boxed{\begin{array}{ll} \vec{v}_1 = \left(C \quad A-\lambda_1\right) & (106a) \\ \vec{v}_2 = \left(C \quad A-\lambda_2\right) & (106b) \end{array}} \quad \begin{array}{l} \ldots\ \text{směr vedlejší osy} \\ \ldots\ \text{směr hlavní osy} \end{array}$$

II. 3.2.1.2. Třecí úsečka

Třecí úsečka je konstrukcí, která je prováděna v elipse skluzu, tak aby bylo možno graficky zohlednit problematiku tření v bodu dotyku (**μ**). Třecí úsečka spojuje vybraný bod elipsy skluzu „**N**“ *(**Sn** = **f (n)** ⇒ **Snkonst**)* s bodem „**V**“, tedy koncovým bodem vektoru impulzu bez skluzu „**Sv**“, viz obr. II/2 *(index „**V**“ je zde odvozen od slova „der **Vollstoß**“, tedy ráz bez skluzu),* [2]. Tato úsečka je **množinou bodů**, po které se pohybuje vektor *(reálného)* impulzu pro zvolenou normálu (**n**), ale pro libovolnou hodnotu tření v bodu dotyku (**μ**), tedy ….. $\mathbf{S_i = f\ (\mu)}$**.** Vzhledem k trojúhelníkové konstrukci leží všechny body impulzu $\mathbf{S_i}$ *(na třecí úsečce)* uvnitř elipsy skluzu. Maximálně dosažitelné tření v bodu dotyku, které je současně reálné (**μmax**) je dosaženo právě v bodu „**V**“ - „**Sv**“. Zbývá však dokázat, že vektor impulzu $\mathbf{S_i = f\ (\mu)}$ se pohybuje při změně tření v bodu dotyku (**μ**) po přímce.

(16 - a) <=> (107) $\vec{ga} = \left(\vec{vB_1} - \vec{vB_2}\right) + k \cdot \left(\vec{vB_1} - \vec{vB_2}\right)$ (107) ..... rychlost skluzu

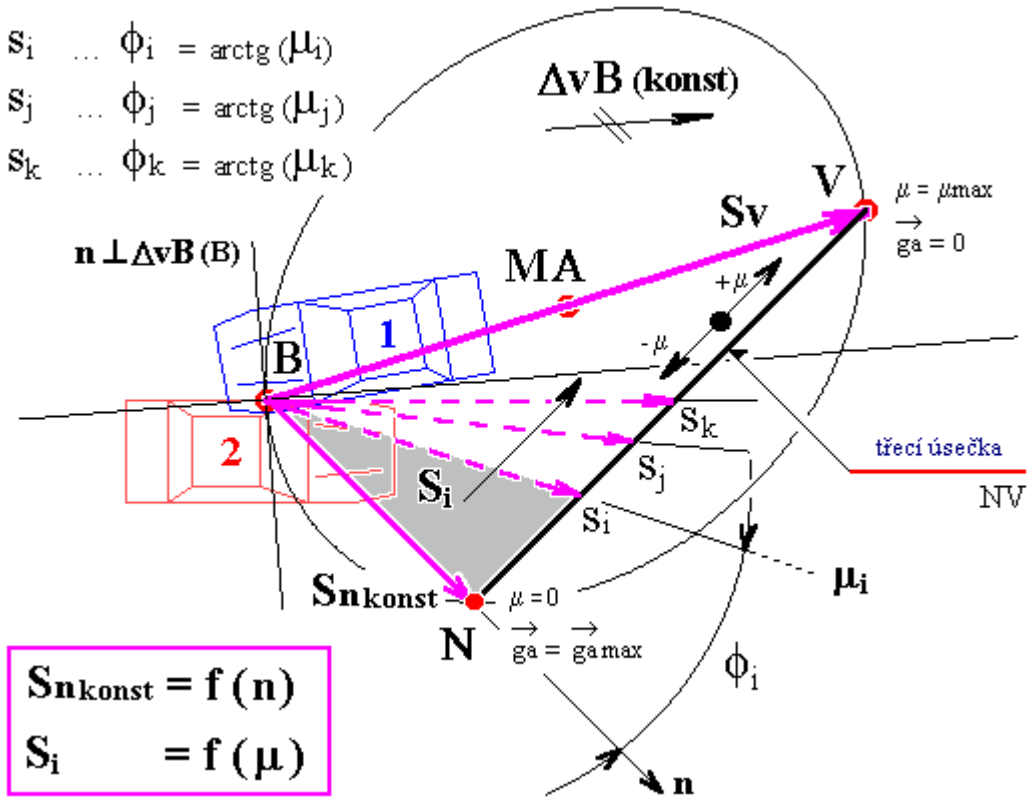
(13 - b) <=> (108) $\vec{vB_1} - \vec{vB_2} = \left(\vec{vB_1} - \vec{vB_2}\right) + M \cdot \vec{S_1}$ (108) ..... (107) → (108) ⇒ (109)

$$\boxed{\vec{ga} = \underbrace{(1+k) \cdot \left(\vec{vB_1} - \vec{vB_2}\right)}_{\text{Konst}} + M \cdot \vec{S_1} \quad (109)}$$

(109) ⇒ (110) ..... $\vec{ga} = \text{Konst} + M \cdot \vec{S_1}$ (110)

lineární závislost

Tření v bodu dotyku (**μ**) ovlivňuje velikost skluzové rychlosti „**ga**“, nikoli však její směr. Ten je dán pouze nastavením normály dotyku (**n**). Výše bylo dokázáno, že existuje lineární závislost mezi impulzem „$\mathbf{S_1}$“ a rychlostí skluzu „**ga**“. Koncový bod vektoru impulzu se při změně tření v bodu dotyku „**μ**“ proto pohybuje po přímce.




*Obr. II/2 Konstrukce třecí úsečky v elipse skluzu*

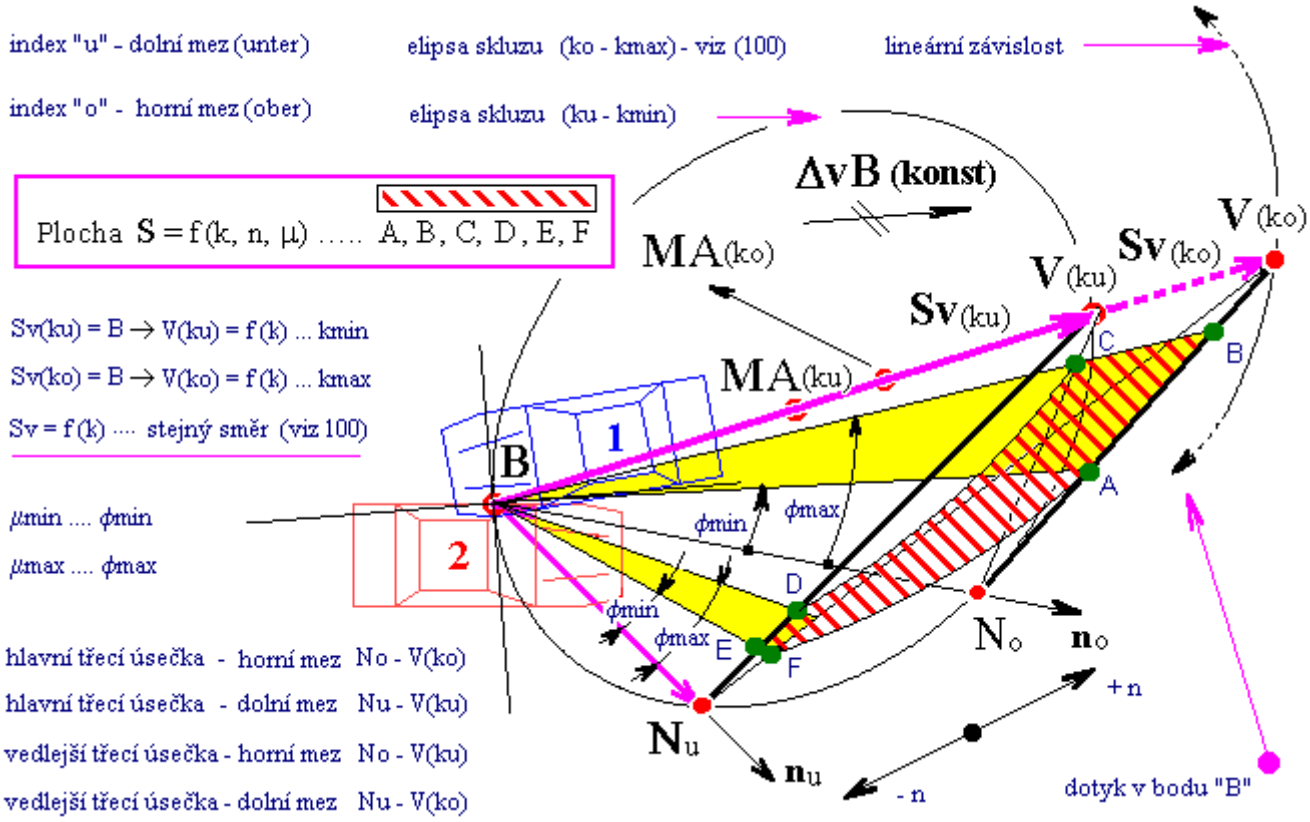
***Věta č. 11: Vektor impulzu „S“ je lineárně závislý na vektoru skluzové rychlosti „ga“,*** *(tedy tzv. rovnice přímky).*

II. 3.2.1.3. Transformace elipsy skluzu při změně koeficientu restituce „**k**“

Pokud se změní hodnota „**k**“, potom impulz bez skluzu „**Sv**“ zachovává svůj směr a mění se jen jeho velikost *(skalární lineární závislost, viz vztah 100).* Změnou „**k**“ se tedy také proporcionálně budou měnit rozměry elipsy skluzu, viz obr. II/3. Všechny skluzové elipsy, vzniklé variací koeficientu restituce „**k**“ však mají společný bod dotyku v bodě „**B**“, jsou shodně orientované a jejich velikost je normována jen impulzem bez skluzu **Sv = f (k)**, viz kap. II. 3.2.1.1.

II. 3.2.1.4. Grafické znázornění řešení rázu v mezích

V této kapitole bude graficky znázorněna konstrukce, která vymezuje množinu možných poloh vektoru impulzu v mezích vstupních hodnot *(zatím jen řešení na bázi Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu).* Symbolicky lze tento úkol zapsat takto: $\mathbf{S(ráz) = f\,(n_{min} - n_{max}, \mu_{min} - \mu_{max}, k_{min} - k_{max})}$.




*Obr. II/3 Grafické řešení rázu v mezích hodnot (k, n, μ)*

II. 3.2.2. Energetické řešení

Energetická elipsa je množina (koncových bodů) vektorů impulsu, pro které dojde k absorpci stanoveného množství energie, [23]. Znalec tedy standardně provede reálný odhad rozmezí hodnot **EES** obou poškozených vozidel (**$EES_1$, $EES_2$ ⇒ Edef,** viz vztahy 46, 47) a poté je již možno při současném použití vstupních veličin „**ΔvB, M**“ konstruovat energetickou elipsu dle vztahu (111). Tento vztah je tedy přímo implicitní rovnicí energetické elipsy.

Energetická elipsa má potom pro tyto vlastnosti:

- elipsa ukazuje hranici, kdy dojde k absorpci stanoveného množství energie „**Edef**“
- pro různé hodnoty „**Edef**“ dostaneme různé elipsy
- všechny tyto elipsy mají společný střed, stejné směry poloos a poměry jejich délek, elipsy se liší pouze absolutními délkami poloos
- střed elipsy odpovídá bodu „**V** (pro **k = 0**)“, tedy místu, kde se nachází koncový bod vektoru impulzu bez skluzu pro (**k = 0**), tedy **ME ≡ Svp** …. *(dále jen **Svp**, viz obr. II/4)*
- orientace, uspořádání a poměr délek poloos energetické elipsy je stejný jako pro elipsu skluzu a odpovídá vlastním číslům a vektorům matice „**M**“
- pokud je odhad „**Edef**“ snižován, potom se energetická elipsa zvětšuje *(a naopak)*
- pokud platí: **Edef = 0**, potom energetická elipsa prochází bodem „**B**“ - tedy bodem dotyku vozidel a také bodem „**Z**“ - tedy vzdálenost bodů „**B - Z**“ odpovídá dvojnásobné velikosti vektoru „**Svp**“, viz obr. II/4
- zvolíme - li koeficient restituce: „**k = 1**“, potom je energetická elipsa (**Edef = 0**) identická s elipsou skluzu, všechna přípustná řešení leží uvnitř elipsy (**Edef = 0**), což nezávisle potvrzuje energetická i rázová podmínka
- zvolíme - li koeficient restituce: „**k = 0**“, potom má energetická elipsa (**Edef = 0**) dvojnásobnou velikost *(poloos)*, než má elipsa skluzu
- proto lze velikost energetické elipsy (**Edef = 0**) a elipsy skluzu vyjádřit poměrem: „**(1+k) / 2**“
- maximální absorpce deformační energie „$\mathbf{Edef_{max}}$“ odpovídá realizaci impulzu „**Svp**“, kdy takovýto střet je energeticky plně efektivní ($\mathbf{Edef_{max}}$) a energetická elipsa se transformuje na pouhý bod - další zvyšování deformační energie „$\mathbf{Edef > Edef_{max}}$“ je nefyzikální *(nereálné).*

Fyzikální souvislosti mezi skluzovou a energetickou elipsou lze odvodit takto:

(40) <=> (111) $\boxed{2\cdot Edef = 2\cdot\left(\overrightarrow{vB_2} - \overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{S_1} - \vec{S_1}\cdot M\cdot\vec{S_1} \quad (111)}$ ..... energetická podmínka

(17 - a) <=> (112) $\boxed{\text{(Bez skluzu)} \cdots \vec{S_v} = (1+k)\cdot\left(\overrightarrow{vB_2} - \overrightarrow{vB_1}\right)\cdot M^{-1} \quad (112) \quad \vec{ga} = 0}$ ... $\overrightarrow{\Delta vB} = \left(\overrightarrow{vB_2} - \overrightarrow{vB_1}\right)$ (subst 1)

(112) → (111) ⇒ (113) $2\cdot Ev = 2\cdot(1+k)\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot M^{-1}\cdot\overrightarrow{\Delta vB} - (1+k)^2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot M^{-1}\cdot\underbrace{M\cdot M^{-1}}_{=1}\cdot\overrightarrow{\Delta vB} \quad (113)$

(113) ⇒ (114) $\boxed{2\cdot Ev = (1+k)\cdot(1-k)\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot M^{-1}\cdot\overrightarrow{\Delta vB} \quad (114) \quad \vec{ga} = 0}$ ..... energetická podmínka - ráz bez skluzu (Ev)

(114) + (k = 0) ⇒ (115) $\boxed{2\cdot Evp = \overrightarrow{\Delta vB}\cdot M^{-1}\cdot\overrightarrow{\Delta vB} \quad (115) \quad (k=0 \quad \vec{ga} = 0)}$ ..... energetická podmínka - plastický ráz bez skluzu (Evp)

$\vec{S_1} = \vec{S_0} + \vec{dS} \quad (116)$ $\vec{S_0}$ ..... pevná komponenta $\vec{S_1}$, $\vec{dS}$ ..... obecná komponenta $\vec{S_1}$

(116) → (111) ⇒ (117) $2\cdot Edef = 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\left(\vec{S_0} + \vec{dS}\right) - \left(\vec{S_0} + \vec{dS}\right)\cdot M\cdot\left(\vec{S_0} + \vec{dS}\right) \quad (117)$ .... (117) ⇒ (118)

$2\cdot Edef = 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\vec{S_0} + 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\vec{dS} - \vec{S_0}\cdot M\cdot\vec{S_0} - 2\cdot\vec{S_0}\cdot M\cdot\vec{dS} - \vec{dS}\cdot M\cdot\vec{dS} \quad (118)$ ..... (118) ⇒ (119)

$2\cdot Edef = -\vec{dS}\cdot M\cdot\vec{dS} + \underbrace{2\cdot\left(\overrightarrow{\Delta vB} - \vec{S_0}\cdot M\right)\cdot\vec{dS}} + \left(2\cdot\overrightarrow{\Delta vB} - \vec{S_0}\cdot M\right)\cdot\vec{S_0} \quad (119)$ .... (119) + (120) ⇒ (121)

(s výhodou) = 0, když : $\boxed{\vec{S_0} = \overrightarrow{Svp} = M^{-1}\cdot\overrightarrow{\Delta vB} \quad (120) \quad (k=0)}$ .... plastický ráz bez skluzu (viz 112)

$2\cdot Edef = -\vec{dS}\cdot M\cdot\vec{dS} + \underbrace{\overrightarrow{\Delta vB}\cdot M^{-1}\cdot\overrightarrow{\Delta vB}}_{= 2 * Evp = konst = (viz\ 115)}$ ..... ⇒ $\boxed{2\cdot Evp - 2\cdot Edef = \vec{dS}\cdot M\cdot\vec{dS} \quad (121)}$

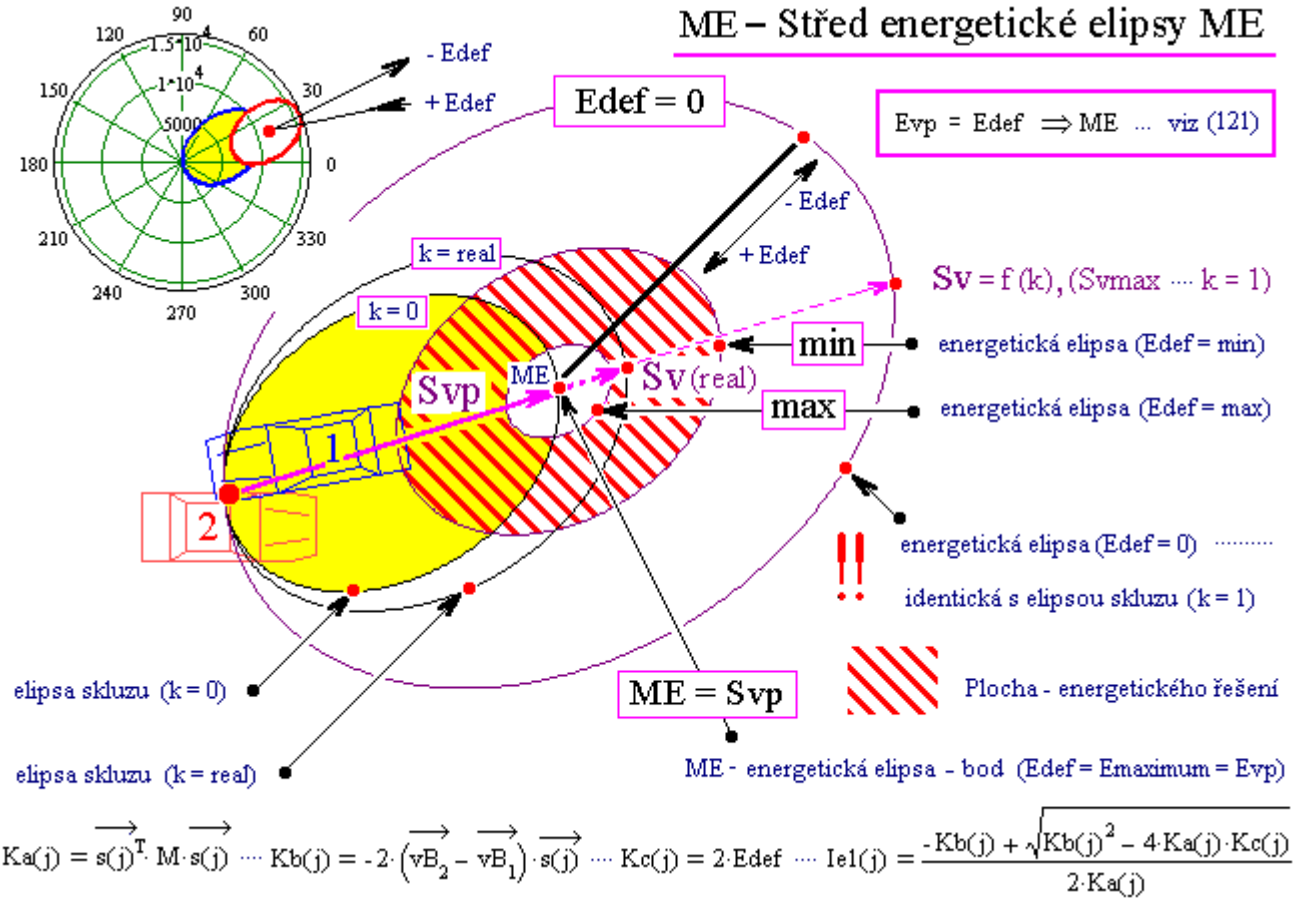
střed v Svp elipsa

(112) → (114) ⇒ (122) $\boxed{2\cdot Ev = (1-k)\cdot\vec{S}\cdot\overrightarrow{\Delta vB} \quad (122)}$ ..... energetická rovnice pro ráz bez skluzu

***Věta č. 12: Absorbovaná deformační energie dosahuje maximální hodnoty při plastickém rázu bez skluzu ($Edef_{max}$ = Evp, …. ga = 0, k = 0).***

***Poznámka ke vztahu energetické a rázové elipsy:*** *Dojde - li k elastickému rázu (**k = 1**) při nulovém tření v bodu dotyku (**$\mu$ = 0**), potom tomuto rázu odpovídá (z principu) nulová deformační energie (**Edef = 0**). Jelikož se při tomto speciálním rázu u vozidel zachová veškerá kinetická energie - potom z energetického pohledu musí vyhovovat každé elastické rázové řešení (**k = 1**, **$\mu$ = 0**). V tomto speciálním případě je tedy „energetický“ impulz pevně „svázán“ s „rázovým“ impulzem v celém rozsahu. Právě proto musí být elipsa skluzu (**k = 1**) a elipsa energetická (**Edef = 0**) identické.*

*Pokud dojde k nepatrnému rázu (vozidla si při rázu „jen utřou prach“ z povrchu karoserií), potom se vektor impulzu nachází v bodě „**B**“ (**S = 0**, **Edef = 0**), viz obr. II/4.*




*Obr. II/4 Fyzikální souvislosti skluzové a energetické elipsy*

II. 3.2.3. Řešení střetového ukazatele GEV

Množina *(koncových bodů)* vektorů impulzů, kterým odpovídá znalcem určené GEV, je opět elipsou. Vztah (125) je přímo implicitní rovnicí GEV - elipsy.

<u>Elipsa GEV má tyto vlastnosti:</u>

- elipsa GEV indikuje množinu impulzů, u kterých je splněn požadavek na konkrétní hodnotu GEV
- orientace a uspořádání poloos GEV - elipsy odpovídá elipse skluzu i energetické elipse

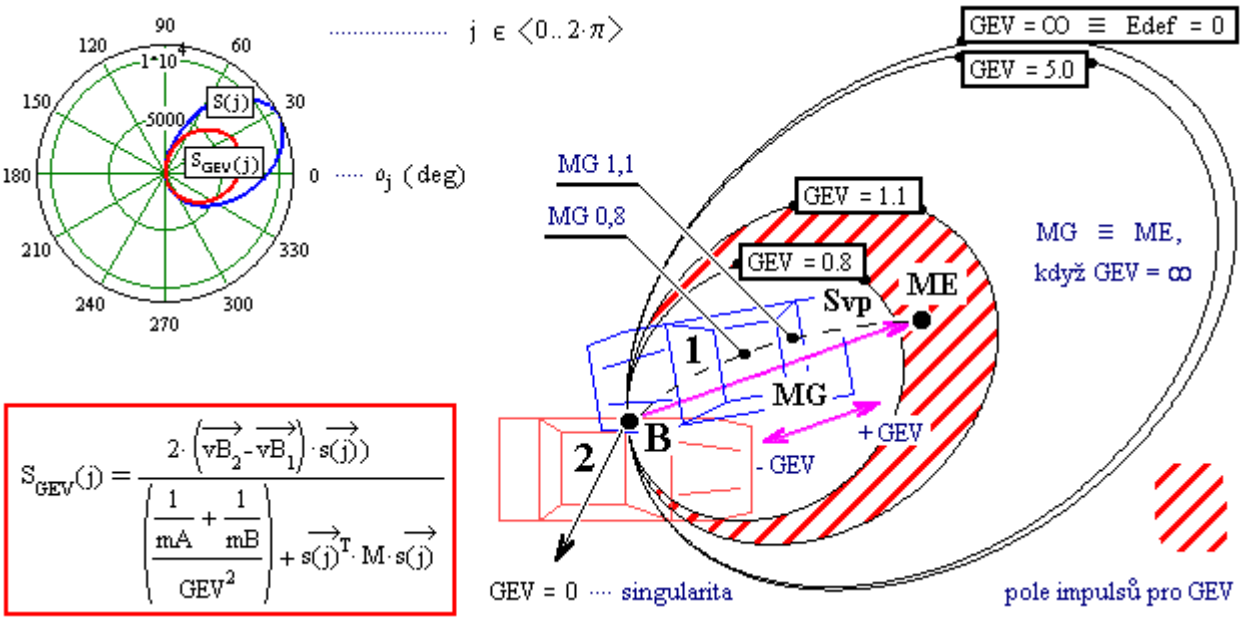
- poměr délek poloos GEV - elipsy je jiný, než je tomu u elipsy skluzu a elipsy energie *(tvar GEV elipsy se více blíží kružnici)*
- GEV - elipsa vždy prochází bodem dotyku vozidel „**B**“
- zvolíme - li: „**GEV = 0**“, potom se elipsa transformuje na pouhý bod, který je totožný s bodem „**B**“ - vznik singularity *(viz vztah 125)*
- zvolíme - li: „**GEV = ∞**“, potom je GEV - elipsa totožná s elipsou skluzu (**k = 1**) resp. je totožná s energetickou elipsou „**Edef = 0**“ *(tedy opět musí vyhovovat každé rázové řešení, viz kap. II. 3.2.2. a také vztahy 100, 125)*
- pro „**GEV = 0**“ se střed GEV - elipsy nachází v bodě „**B**“ (**MG = B**) a pro „**GEV = ∞**“ se střed GEV - elipsy nachází v bodě „**ME**“ (**MG = ME**), viz obr. II/4, II/5.
- pro určitý daný koeficient restituce „**k**“ dosáhneme maximální hodnoty GEV při rázu bez skluzu, tato mezní hodnota GEV je dána vztahem (88)
- pro přímý centrický ráz je hodnota GEV dána vztahem (85).

Popsané fyzikální souvislosti mezi GEV - elipsou a předchozími elipsami lze jednoduše vyvodit například ze vztahu (125):

$$(59) <=> (123) \quad GEV = \frac{S}{\sqrt{\dfrac{2\cdot Edef}{\left(\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}\right)}}} \quad (123) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (123)^2 \Rightarrow (124) \quad \cdots\cdots\cdots \quad \frac{S^2\cdot\left(\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}\right)}{GEV^2} = 2\cdot Edef \quad (124)$$

$$(111) + (subst\ 2) \rightarrow (124) \Rightarrow (125) \quad \cdots \quad S^2\cdot\left[\frac{\left(\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}\right)}{GEV^2} + \vec{s}\cdot M\cdot\vec{s}\right] = 2\cdot S\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\vec{s} \Rightarrow \boxed{S = \frac{2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\vec{s}}{\dfrac{\left(\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}\right)}{GEV^2} + \vec{s}\cdot M\cdot\vec{s}}} \quad (125)$$

.... tento člen způsobuje jiný poměr poloos GEV elipsy vůči předchozím elipsám




$$S_{GEV}(j) = \frac{2\cdot\left(\overrightarrow{vB_2}-\overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\overrightarrow{s(j)}}{\left(\frac{\frac{1}{mA}+\frac{1}{mB}}{GEV^2}\right)+\overrightarrow{s(j)}^T\cdot M\cdot\overrightarrow{s(j)}}$$

*Obr. II/5 Grafické znázornění základních vlastností GEV - elipsy*

II. 3.2.4. Grafické znázornění veličin vyplývajících z pohybu po střetu

II. 3.2.4.1. Obecně k problematice

Analýzou pohybu vozidel po střetu dle stop v místě dopravní nehody lze usuzovat také na:

- rychlosti vozidel těsně po střetu
- směry pohybů těžišť vozidel těsně po střetu
- úhlové rychlosti vozidel těsně po střetu.

Jeden ze základních metodických rozdílů mezi způsobem vyřešení problému II. a metodou „překrytí ploch“ spočívá v tom, že vlastní vykreslování příslušných objektů na plochu impulzu není u metody „překrytí ploch“ závislé na rychlostech vozidel před střetem. V rámci vyřešení problému II. je pohybový stav vozidel před střetem řešitelem nejprve přibližně odhadnut a pak jsou teprve směry a velikosti

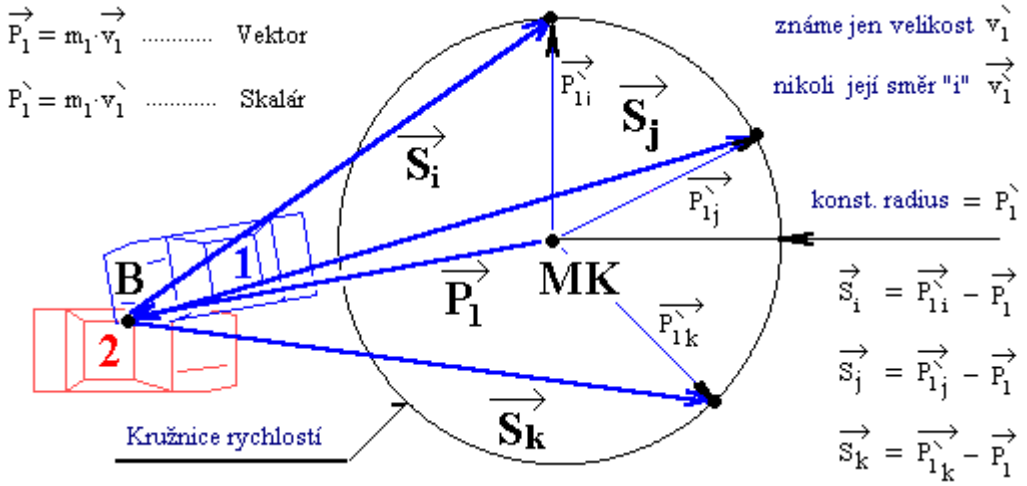
těchto rychlostí při řešení upřesňovány resp. optimalizovány. Proto je také konstrukce ploch odpovídající graficko-početní interpretaci výše uvedených tří veličin od metody „překrytí ploch“ odlišná. Problematika bude pro přehlednost diskutována pro diskrétní vstupní hodnoty jednoho z vozidel.

II. 3.2.4.2. Kružnice rychlostí vozidel těsně po střetu

Pokud lze ze stop v místě dopravní nehody určit rychlost vozidla těsně po střetu, je možno zakreslit na „plochu impulzu“ množinu impulzů, které splňují znalcem zadanou hodnotu této rychlosti po střetu. Nyní bude vytvořena plocha, která odpovídá velikosti této rychlosti **bez ohledu na směr této rychlosti** - takto definovaná *(skalární)* rychlost přirozeně vytvoří kružnici, viz obr. II/6.

Jelikož na obě vozidla působí impulz rázové síly, který má stejnou velikost ale je opačně orientován, musí se toto při vykreslování kružnice rychlostí druhého vozidla projevit. **Opačnou orientaci** impulzu u druhého vozidla lze na *(společné)* „ploše impulzů“ vyřešit **zavedením formální konvence** - změnou orientace vektorů $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_2'}$.

Střed této kružnice odpovídá hybnosti vozidla před střetem ($\mathbf{P_1}$). Pokud použijeme proti směru pohybu vozidla právě tento impulz ($\mathbf{S_1 = P_1}$), vozidlo se zastaví a jeho rychlost po střetu bude nulová. Poloměr kružnice odpovídá velikosti požadované hybnosti vozidla po střetu.

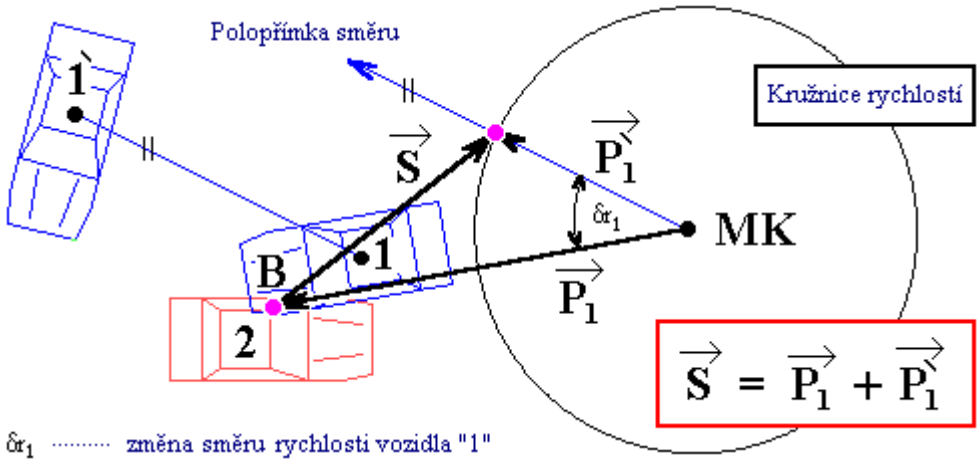



*Obr. II/6 Grafické znázornění kružnice rychlostí*

II. 3.2.4.3. Směry pohybů těžišť vozidel těsně po střetu - polopřímka směru

Také směr pohybu těžiště vozidla po střetu lze zakreslit na „plochu impulzů“. Pokud je směr pohybu vozidla po střetu k dispozici, potom je v kružnici rychlostí tohoto vozidla určen konkrétní vektor impulzu „**S**“, viz obr. II/7. Polopřímka směru se tedy otáčí kolem bodu „**MK**“. Průsečík polopřímky směru s touto kružnicí určuje polohu konkrétního vektoru impulzu „**S**“.

Je však metodicky vhodné, aby konstrukce kružnice rychlostí i polopřímky směru byly na sobě navzájem nezávislé. Při analýze dopravních nehod totiž není vždy struktura použitelných vstupních údajů pevně dána *(dle šablony)*. Principiálně je však možno kružnici rychlostí a polopřímku směru sloučit a v mezích technicky přijatelných hodnot pro obě vozidla „klasicky“ zkonstruovat plochu hybností po střetu (**I-S-V**), [21], [23] - Bild 1. Plocha (**I-S-V**), resp. rhomboidní řez hybnostního řešení, má výhodu v tom, že je pro znalce přehlednější.

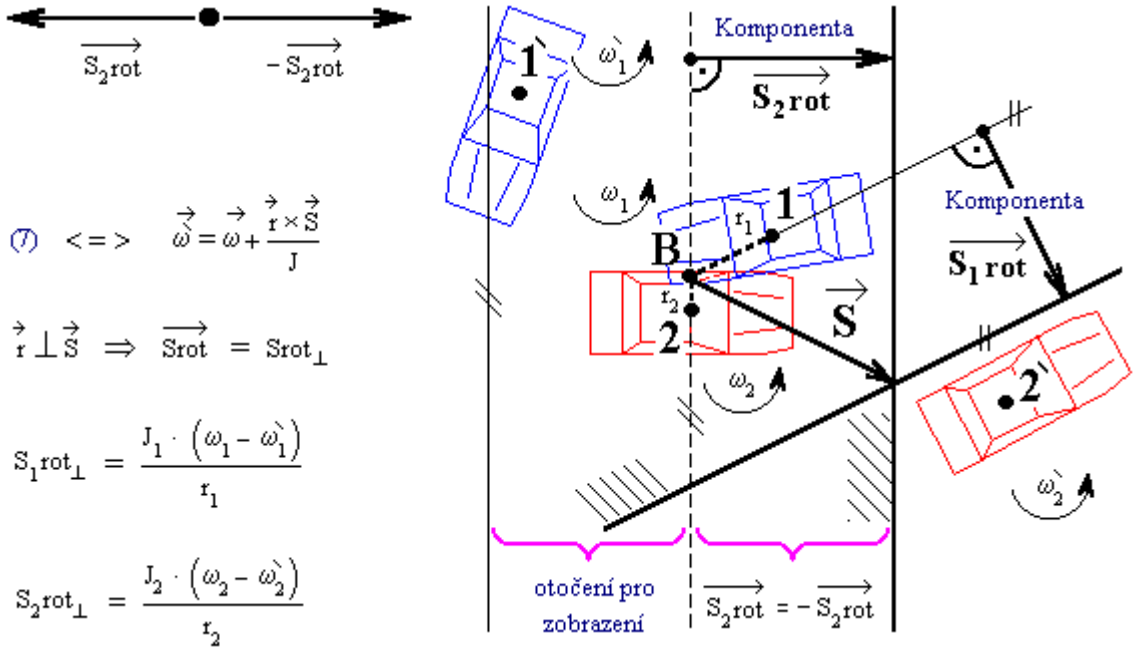



*Obr. II/7 Grafické znázornění polopřímky směru*

II. 3.2.4.4. Úhlové rychlosti vozidel těsně po střetu

II. 3.2.4.4.1. Úhlová rychlost jako funkce času

Pokud lze ze stop v místě dopravní nehody určit úhlovou rychlost vozidla těsně po střetu je možno zakreslit na „plochu impulzu“ množinu impulzů rázové síly, které splňují znalcem zadanou hodnotu této úhlové rychlosti po střetu. Při provádění předmětné grafické konstrukce je nutno na (společné) „ploše impulzů“ analogicky zabezpečit změnu orientace impulzu vozidla „**2**“, viz kap. II. 3.2.4.2. Grafické vyjádření závislosti úhlových rychlostí vozidel a impulzu bylo již v minulosti vytvořeno, proto postačuje převzít tuto část řešení z metody rhomboidního řezu (**D-S-V**), viz obr. II/8 a také kap. „C“ obr. 3, vyobrazení b/.




*Obr. II/8 Grafické řešení impulzu rázové síly dle úhlových rychlostí vozidel*

II. 3.2.4.4.2. Úhlová rychlost jako funkce ujeté dráhy

Problémem metody **D-S-V** je vlastní určení úhlové rychlosti. Ze stop na místě dopravní nehody totiž nelze přímo určit jak rychle vozidlo rotovalo, ale pouze o kolik stupňů se vozidlo pootočilo na nějakém úseku své dráhy. Ke zjištění úhlové rychlosti bychom potřebovali znát ještě rychlost, s jakou se vozidlo v zanechaných stopách pohybovalo. Je možno učinit odhad této rychlosti, ale potom již nebudou všechny metody pracující s postřetovou rychlostí vozidel nezávislé. Nebylo by pro řešení příliš korektní vytvářet kombinace minimálních a maximálních hodnot translačních a úhlových rychlostí. Jak však dále?

Pokud zavedeme **modifikovanou úhlovou rychlost** v jednotkách (**deg / m**) je tento **problém „nezávislosti“ na rychlosti po střetu odstraněn**. Hodnotu této modifikované úhlové rychlosti je možno zjistit jednoduše. Pokud zjistíme, že se

vozidlo na dráze **5** metrů potočilo o **30 stupňů**, potom modifikovaná úhlová rychlost bude činit **30 / 5 = 6 (deg / m).**

<u>Zobrazení rotace vozidla po střetu v poli impulzů (**o' = deg / m**) má potom tyto vlastnosti:</u>

- pokud vozidlo po střetu nevykonává rotační pohyb ($\omega_1' = 0$) - je řešením přímka
- je - li současně úhlová rychlost vozidla před střetem nulová ($\omega_1 = 0, \omega_1' = 0$) - prochází tato přímka bodem dotyku vozidel
- pokud je úhlová rychlost vozidla po střetu nenulová ($\omega_1' \neq 0$) - je řešením *(u všech reálných střetů vozidel)* hyperbola ($\lambda_2 > 0$)
- hyperbola má dvě větve, každá z větví hyperboly odpovídá jednomu směru rotace vozidla, hlavní osa hyperboly je kolmá na spojnici těžiště vozidla a bodu dotyku, viz vlastní vektory matice „L" - vztah (143)
- pro kritickou hodnotu úhlové rychlosti *(o'krit ... $\lambda_2 = 0$)*, viz vztah (145) je předmětným zobrazením obecně parabola
- pro nadkritické hodnoty úhlové rychlosti po střetu *($\lambda_2 < 0$)*, viz vztah (145) je předmětným zobrazením elipsa
- tato elipsa se může v extrémním případě změnit na bod - na hranici již výhradně imaginárních řešení - bod „MK" v obr. II/7.

(7) <=> (126) $\vec{\omega}' = \vec{\omega} + \frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J}$ (126) ..... (8) <=> (127) $\vec{v}' = \frac{\vec{S}}{m} + \vec{v}$ (127)

$\vec{\omega} = \vec{o} \cdot |v|$ (128) .... $\vec{\omega}' = \vec{o}' \cdot |v'|$ (129) (1/s = 1/m * m/s) ..... o, o' ..... úhlová rychlost v jednotkách (1/m)

$(126)^2 \Rightarrow (130)$ $\omega'^2 = \omega^2 + 2 \cdot \vec{\omega} \cdot \frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J} + \left(\frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J}\right)^2$ (130) ..... $(127)^2 \Rightarrow (131)$ $v'^2 = \left(\frac{S}{m}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\vec{S}}{m} \cdot \vec{v} + v^2$ (131)

$(128, 129)^2 \Rightarrow (132, 133)$ $\omega^2 = o^2 \cdot v^2$ (132) .... $\omega'^2 = o'^2 \cdot v'^2$ (133) .... (128) + (129) + (130) + (131) + (132) + (133) $\Rightarrow$ (134)

$o^2 \cdot v^2 + 2 \cdot \vec{o} \cdot |v| \cdot \frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J} + \left(\frac{\vec{r} \times \vec{S}}{J}\right)^2 = o'^2 \cdot \left[\left(\frac{S}{m}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\vec{S}}{m} \cdot \vec{v} + v^2\right]$ (134) Matice $K_1$: $K_1 = \begin{bmatrix} (r1_y)^2 & -r1_x \cdot r1_y \\ -r1_x \cdot r1_y & (r1_x)^2 \end{bmatrix}$ (135a)

Matice E: $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (135b) .... (135a) + (135b) $\rightarrow$ (134) $\Rightarrow$ (137) ..... vektorový součin lze pro 2D upravit :

ve 2D platí : .. $\vec{o} \perp \vec{r1} \Rightarrow \vec{o} \times \vec{r1} = |o| \cdot \vec{r1} \Rightarrow \vec{o} \cdot \left(\vec{r1} \times \vec{S_1}\right) = \vec{S_1} \cdot \left(\vec{o} \times \vec{r1}\right) = \vec{S_1} \cdot \left(|o| \cdot \vec{r1}\right) = |o| \cdot \left(\vec{r1} \cdot \vec{S_1}\right)$ (136) .....

$\vec{S_1} \cdot K_1 \cdot \vec{S_1} \cdot \frac{1}{(J_1)^2} - \vec{S_1} \cdot E \cdot \vec{S_1} \cdot \frac{o'^2}{(m_1)^2} + 2 \cdot |o| \cdot |v_1| \cdot \left(\frac{\vec{r1} \cdot \vec{S_1}}{J_1}\right) - o'^2 \cdot \frac{2 \cdot \vec{S_1} \cdot \vec{v_1}}{m_1} + o^2 \cdot v_1^2 - o'^2 \cdot v_1^2$ (137) ... (subst 2) + (136) $\rightarrow$ (137) $\Rightarrow$ (138)

$$S_1^2 \cdot \underbrace{\left[\frac{\vec{s_1} \cdot K_1 \cdot \vec{s_1}}{J_1^2} - \frac{o'^2}{m_1^2} \cdot \overbrace{\left(\vec{s_1} \cdot E \cdot \vec{s_1}\right)}^{=1}\right]}_{a} + S_1 \cdot \underbrace{\left[2 \cdot |o \cdot v| \cdot \left(\frac{\vec{r1} \cdot \vec{s_1}}{J_1}\right) - o'^2 \cdot \frac{2 \cdot \vec{s_1} \cdot \vec{v}}{m_1}\right]}_{b} + \underbrace{v^2 \cdot \left(o^2 - o'^2\right)}_{c} \quad (138)$$

.... (138) $\Rightarrow$ (139)

$\boxed{S_1^2 \cdot a + S_1 \cdot b + c = 0 \quad (139)}$ ..... Řešení kvadratické rovnice $\Rightarrow$ impulz $S_1$ pro určitý směrový vektor $\vec{s_1}$

Vztah (138) představuje rovnici kuželosečky. Výraz označený jako „**a**“ v tomto explicitním tvaru vztahu (138) lze snadno upravit do tvaru, z něhož lze analyticky vyvodit vlastnosti této kuželosečky *(vlastní čísla, mezní podmínky pro vznik hyperboly, paraboly a elipsy).*

$(135)+(138) \Rightarrow (140)$ ..... $K_1^* = K_1 \cdot \frac{1}{J_1^2}$ (140) ..... $(136)+(138) \Rightarrow (141)$ $E^* = E \cdot \left[ - \frac{o`^2}{m_1^2} \right]$ (141)

$(140)+(141) \longrightarrow (138) \Rightarrow (142)$ $a = \vec{s}_1 \cdot \underbrace{\left(K_1^* + E^*\right)}_{\text{Matice L}} \cdot \vec{s}_1$ (142) ..... $(135)+(136)+(140)+(141) \longrightarrow (142) \Rightarrow (143)$

$$L = \begin{bmatrix} \frac{rl_y^2}{J_1^2} - \frac{o`^2}{m_1^2} & \frac{-rl_x \cdot rl_y}{J_1^2} \\ \frac{-rl_x \cdot rl_y}{J_1^2} & \frac{rl_x^2}{J_1^2} - \frac{o`^2}{m_1^2} \end{bmatrix} \quad (143)$$

$\boxed{\vec{v}_1 \,//\, \vec{rl} \qquad \vec{v}_2 \perp \vec{rl}}$ $\vec{v}_{1,2}$ ... vlastní vektor "L"

..... $(143) \Rightarrow (144, 145)$ ..... $\lambda_{1,2}$ ... vlastní číslo "L"

$\boxed{\lambda_1 = -\frac{o`^2}{m_1^2} \quad (144)}$ .. $\lambda_1 \rightarrow$ vždy $\ominus$ ... $\boxed{\lambda_2 = \frac{rl^2}{J_1^2} - \frac{o`^2}{m_1^2} \quad (145)}$

$(145) \Rightarrow$ $\lambda_2 > 0$ ..... hyperbola (všechny reálné střety vozidel)

$\lambda_2 = 0$ ..... parabola (teoretický případ – kritická rotace)

$\lambda_2 < 0$ ..... elipsa (teoretický případ – nadkritická rotace)

$(138)+(139) \Rightarrow (146)$ $\vec{N} = |o \cdot v| \cdot \left( \frac{\vec{rl}}{J_1} - \frac{o`^2 \cdot \vec{v}}{m_1} \right)$ (146) Potom lze (139) psát ve vektorovém tvaru (147) :

$(138)+(139)+(142)+(143)+(146) \Rightarrow (147)$ $\boxed{\vec{S} \cdot L \cdot \vec{S} + 2 \cdot \vec{S} \cdot \vec{N} + c = 0 \quad (147)}$ .... $(145) \Rightarrow (148)$ pro : $\lambda_2 = 0$

$o`_{krit} = \frac{\omega`}{v`} = \frac{m_1 \cdot rl}{J_1} = \frac{\cancel{m_1} \cdot rl}{\cancel{m_1} \cdot r_T^2} = \frac{rl}{r_T^2}$ ..... kde $r_T$ .... Moment setrvačnosti $\boxed{o`_{krit} = \frac{\omega`}{v`} = \frac{rl}{r_T^2} \quad (148) \quad \lambda_2 = 0}$

***Věta č. 13: Pokud je vyjádřena úhlová rychlost vozidla po střetu jako funkce ujeté dráhy, potom zobrazením množiny impulzů*** *(které odpovídají určité úhlové rychlosti)* ***je hyperbola****, viz vztahy (138), (147). Vznik dalších teoretických případů (parabola, elipsa) je u reálných střetů vozidel velmi vzácnou výjimkou.*

Do pole impulzů lze tedy uvedeným způsobem zobrazit tuto netradiční veličinu ***(o' = 1 / m resp. o' = deg / m).*** Podstatným závěrem této kapitoly je, že i pro modifikovanou úhlovou rychlost vozidel po střetu lze vymezit pole resp. plochu reprezentující v již popsaném smyslu přijatelné vektory impulzů.

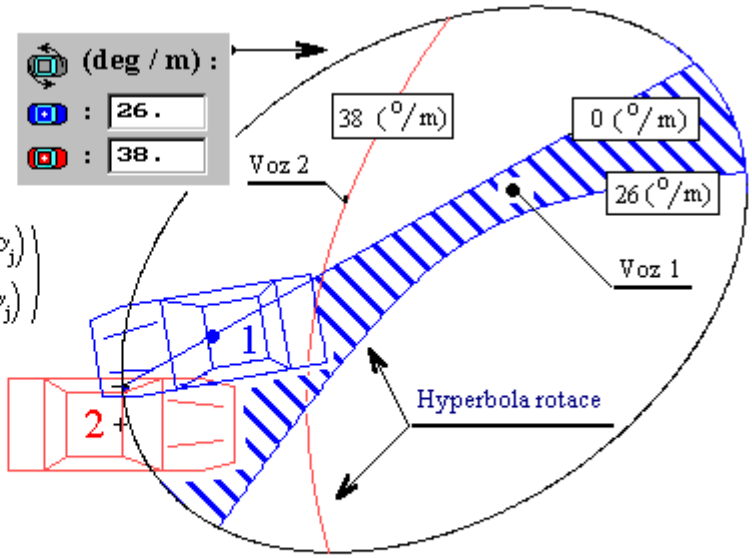
S touto plochou pak může řešitel dále pracovat tak, jak je zvyklý při použití metody „překrytí ploch“ *(průniky s jinými plochami a podobně).* Jediný rozdíl je v tom, že příslušná plocha není vymezena dvěmi přímkami *(jak tomu bylo u metody **D-S-V**),* ale křivkami *(části hyperbol).* Tuto komplikaci za nás může efektivně vyřešit počítač.

$$K_1 = \begin{bmatrix} (r1_y)^2 & -r1_x \cdot r1_y \\ -r1_x \cdot r1_y & (r1_x)^2 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$j \equiv 0, 1 .. 360 \quad \cdots \quad \alpha_j = \frac{j \cdot \pi}{180} \quad (\text{rad}) \quad \cdots \quad s(j) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_j) \\ \sin(\alpha_j) \end{pmatrix}$$

$$a(j) = \left[ \frac{\overrightarrow{s(j)_1}^T \cdot K_1 \cdot \overrightarrow{s(j)_1}}{J_1^2} - \frac{o'^2}{m_1^2} \right]$$

$$b(j) = 2 \cdot o \cdot |v| \cdot \left( \frac{\vec{r1} \cdot \overrightarrow{s(j)_1}}{J_1} \right) - o'^2 \cdot \frac{2 \cdot \overrightarrow{s(j)_1} \cdot \vec{v}}{m_1} \quad \cdots \quad c(j) = v^2 \cdot (o^2 - o'^2) \quad \cdots\cdots\cdots \quad S(j)_{1ROT} = \frac{-b(j) + \sqrt{b(j)^2 - 4 \cdot a(j) \cdot c(j)}}{2 \cdot a(j)}$$




*Obr. II/ 9 Graficko - početní postup pro konstrukci hyperbol rotace*

## II. 4.0. Program „Impulz Expert“

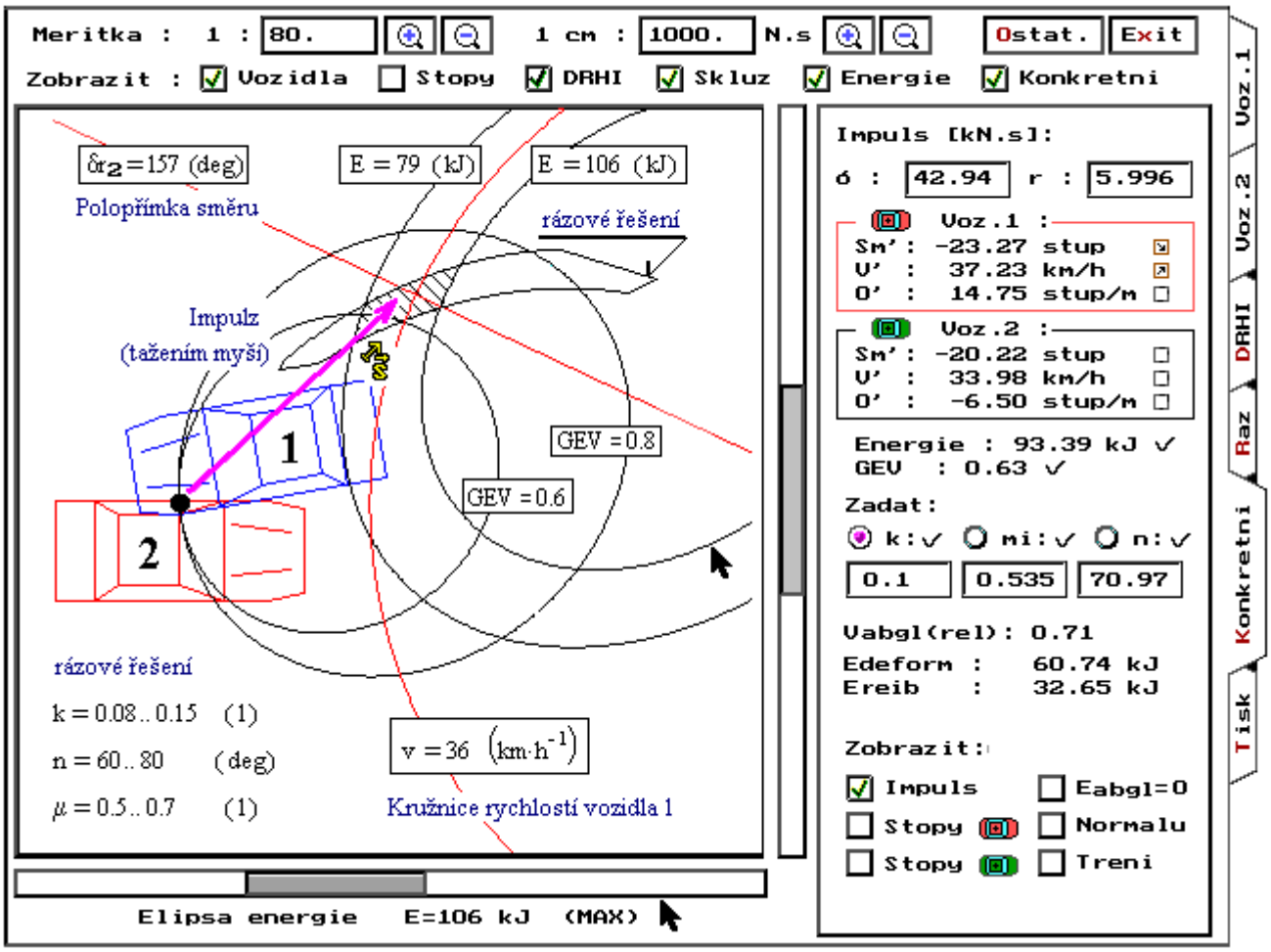
Autorem habilitační práce byl ve spolupráci s RNDr. Ing. J. Šachlem, jr. vytvořen program „**Impulz Expert**“, [26], který byl primárně určen pro verifikaci

všech dovozených zákonitostí v rámci vyřešení problémů I. - IV. této habilitační práce. Sekundárně byl předmětný program převeden do komerční podoby a byl určen pro řešení běžných střetů dvoustopých vozidel znalci. Byly vytvořeny tři jazykové verze programu (čeština, němčina, italština) včetně jeho uživatelských příruček. Jak již bylo uvedeno výše, program využívá teoretických principů a zákonitostí, které tvoří podstatný resp. nosný obsah této habilitační práce. Tento expertní program je zaměřen na optimalizaci rázů se skluzem, které jsou pro korektní řešení obecně problémovější než rázy bez skluzu.

***Stručně k programu Impulz Expert:***

- program v první verzi 1.0 řeší jen střet vozidel, nikoli jízdní dynamiku vozidel
- program je určen pro běžnou analýzu střetů vozidel i pro výzkum v oboru
- znalec ovládá prakticky celý program pouze myší mimo editaci určitých hodnot *(hmotnost vozidel apod.)*
- hodnoty vstupních veličin lze stiskem šipky nahoru nebo dolů lze zvýšit či snížit stiskem šipky nahoru nebo dolů
- lze nezávisle měnit měřítko zobrazení vozidel a měřítko zobrazení impulzů
- program umožňuje u všech grafických objektů *(plochy, vozidla)* volbu, zda mají být tyto objekty na ploše zobrazeny či nikoli, tak aby výstupy byly přehledné
- v programu je také použita nápověda *(stavový řádek),* která při přiblížení se myši ke kterémukoli objektu tento objekt pojmenuje *(šipka)*, viz obr. II/10
- hodnoty vstupních veličin lze zadávat či měnit jejich velikost v intervalu přípustných hodnot
- na monitoru počítače jsou vykreslovány plochy, které odpovídají splnění intervalu vstupních hodnot
- po vytvoření těchto ploch na obrazovce musí být optimalizovány vstupní údaje *(zejména rychlosti vozidel, směry pohybů vozidel, střetová poloha, poloha bodu rázu …)* až dojde k žádoucímu překrytí ploch

- na pozadí nakreslených ploch může znalec pomocí myši pohybovat vektorem impulzu a algoritmus programu průběžně dopočítává všechny ostatní střetové veličiny, tak má znalec okamžitou kontrolu, která nastavení impulzu rázové síly vyhovují zadaným podmínkám, viz obr. II/10
- u souboru výstupních hodnot je u všech položek graficky aktuálně indikováno, zda jsou tyto hodnoty nižší či vyšší, než zadaný interval přijatelných hodnot, také je přirozeně indikováno, zda se již určitá hodnota nachází v zadaném intervalu
- u aktuálně dosaženého řešení střetu je možno znázornit polohy obou vozidel v okamžiku 0,2 s před střetem a 0,2 s po střetu.




*Obr. II/10 Program Impulz Expert 1.0 - pohled do okna „Konkrétní impulz“*

V tomto obr. II/10 nebyly pro přehlednost vykresleny všechny plochy, které lze v programu zkonstruovat. Dle přání uživatele může program zobrazit až 10 různých ploch. K objektům resp. jednotlivým plochám byl připojen doprovodný komentář.

## II. 5.0. Limity řešení a přístupů k řešení střetu vozidel

V rámci řešení problému II. byl vytvořen, představen a verifikován komplexní graficko-početní postup **pro interaktivní a přitom zcela obecné řešení střetů vozidel**. Při použití tohoto postupu není třeba zdlouhavě a nahodile experimentovat metodou „pokus - omyl“ s nastavením sady diskrétních vstupních hodnot pro nalezení optimálního řešení střetu. Lze tedy zpravidla efektivněji nalézt optimální řešení střetu. Navíc je tento systémový přístup k řešení střetu i poučný, řešitel při tomto systému řešení lépe pochopí souvislosti mezi vstupními a výstupními veličinami u jednotlivých typů střetů vozidel. Zobecněním těchto souvislostí je možno se v příštích řešených úlohách přiblížit optimálnímu řešení ještě efektivněji.

Určitým problémem je, že v praxi se není možno vyhnout souvislosti postřetového pohybu vozidel s řešeným střetem. Jízdní dynamika ovlivňuje po střetu rychlost, směry pohybů vozidel a průběh rotace vozidel. Proto zpravidla nelze určitým triviálním výpočtem korektně usuzovat na pohybový stav vozidel těsně po střetu dle konečných poloh vozidel. Pokud tedy dráha vozidel po střetu do konečné polohy není velmi krátká, potom je třeba danou úlohu řešit také pomocí jízdní dynamiky, jinak by prosté řešení střetu mohlo být nekorektní *(chybné určení pohybového stavu vozidel po střetu, který představuje vstupní hodnoty pro graficko-početní postup řešení střetu).*

Dalším zásadním omezením pro praxi je, že představený graficko-početní postup není postupem univerzálním. Jen u nevelké části dopravních nehod dochází

k prostému střetu dvou dvoustopých vozidel. Případy vícečetných střetů s jinými vozidly či objekty představují značné omezení využitelnosti graficko-početních metod obecně, protože tento typ metod je založen především na analýze změny pohybového stavu vozidel v nekonečně krátkém okamžiku. Tyto metody sice je možno využít i v popsaných komplikovaných případech, avšak se značnými řešitelskými obtížemi, kdy řešení celkového nehodového je třeba víceméně uměle rozdělit na jednotlivé kolize a tyto poměrně složitě tzv. „propojovat“. Požadavky na abstraktní typ uvažování řešitele i tzv. „pracnost“ mohou být zcela nepřiměřené. V případech vícenásobných střetů může být použití jinak velmi elegantních, názorných a metodických postupů na bázi graficko-početních metod řešení střetu velmi kontraproduktivní.

## II. 6.0. Shrnutí závěrů k řešení problému II.

Obsah řešení problému II. spočíval v sestavení komplexního matematického modelu řešení rázu vozidel včetně energetických a dotykových podmínek v intervalu technicky přijatelných hodnot vybraných vstupních veličin. Bylo třeba zjistit důležité zákonitosti a provést důslednou graficko-početní interpretaci řešení.

Pro řešení problému II. byla využita rešeršní studie, viz kapitola C. Také byla provedena analýza problému v kap. II. 3.1., byly použity metody v intencích kapitoly D a konečně byly z obsahu řešení problému I. převzaty podstatné poznatky a matematické vztahy.

V kap. II. 3.2. bylo provedeno odvození potřebných matematických vztahů ke konstrukci ploch na tzv. „ploše“ impulzu rázové síly. Tyto plochy interpretují splnění intervalu přijatelných hodnot veličin, proto jsou křivkami ohraničeny právě plochy jako oblast splnění určitých podmínek pro určitou množinu poloh a velikostí impulzů rázové síly. Řešení úlohy (střetu) pak spočívá v optimalizaci nastavení systému podstatných veličin takovým způsobem, aby nastal průnik všech ploch, které představují splnění vstupních podmínek resp. „požadavků“ řešitele.

Tyto „požadavky“ vyplývají z uspořádání stop v místě dopravní nehody. Zajímavé je, že řešitel nemusí provádět citlivostní analýzy, ale na stabilitu řešení může usuzovat zcela intuitivně dle tvaru, velikosti, vzájemného uspořádání ploch a „dynamiky jejich putování“ při změnách vstupních veličin. Postupně bylo realizováno tzv. dotykové řešení (kap. II. 3.2.1.), energetické řešení (kap. II. 3.2.2.), řešení kontrolního ukazatele GEV (kap. II. 3.2.3.) a řešení pohybové (kap. II 3.2.4.). Po příslušném matematickém odvození byly všechny typy řešení graficky realizovány, přičemž byly matematicky zjištěny a podrobně popsány důležité vlastnosti všech objektů, které byly následně graficky interpretovány. Zejména obsah kapitol II. 3.2.1.4. (dotyk v mezích), II. 3.2.3. (GEV) a II. 3.2.4.4.2., ($\omega` = f(s)$), představuje typ řešení, který dosud nebyl publikován. Zákonitost dovozená v kap. 3.2.1.2. (třecí úsečka) je při praktické práci s běžnými programy velmi přínosná - pohyb vektoru impulzu po přímce „$\mathbf{S_i = f(\mu)}$“. Zjištěné podstatné zákonitosti byly shrnuty ve formě výrokových vět 10 -13. kapitoly II.

V kap. II. 4.0. je stručně prezentován vlastní program Impulz Expert 1.0, [26], který byl primárně využit pro verifikaci řešení všech problémů I. - IV. této habilitační práce. Sekundární uplatnění nalezl tento program v komerční podobě v několika evropských zemích, a to ve třech jazykových verzích.

Problém II. byl v této habilitační práci kompletně vyřešen. Zejména obsah kapitol II. 3.2.1. a II. 3.2.2. bude nadále využit i při řešení dalšího problému III.

# III. Problém: Nahrazení vstupních veličin deformační energií

*Cílem řešení problému III. je vyřešit graficko-početním způsobem problém vzniku vícečetných řešení rázu vozidel, kdy odhadnutá veličina - deformační energie „Edef“ bude ve výpočetním algoritmu představovat vstupní veličinu a postupně tak nahrazovat jiné obvyklé resp. „ortodoxní“ vstupní veličiny („μ, n, ΔvB“). Aby řešení rázu nebylo tzv. „přeurčené“ je třeba zcela konkrétně stanovit, které ze stávajících vstupních veličin a za jakých podmínek může deformační energie „Edef“ nahradit.*

***Summary:*** The topic of this work is the question whether it is possible to use deformation energy „**Edef**“ as (*active*) input value upon resolution of vehicle impact. The basic platform used is Kudlich - Slibar´s model of resolution of impact, where the possibility of replacement of the established input data by deformation energy „**Edef**“ is investigated (*EES of vehicles, respectively*). It was succeeded to explain the issue theoretically in details and to show the way how to implement the computation process in practice. This work is of significance especially to creators of algorithms of analytical programs designed for reconstruction of traffic accidents.

## III. 1.0. Motivace k vyřešení problému III.

Při řešení střetu vozidel je standardně vyžíván odhad deformační energie „**Edef**“ vozidel vyjádřený prostřednictvím veličin **„$EES_1$“ a „$EES_2$“,** (*dále jen EES)*, viz podrobně kap. I. 4.1. Odhad hodnoty veličiny **EES** může spíše výjimečně vstoupit do řešení střetu jako vstupní veličina, avšak znalec téměř vždy při řešení jen (pasivně) přihlíží k tomu, zda nastal přibližný soulad mezi hodnotami

veličin **EES**, které jsou odhadnuty a vypočítány *(například Kudlich - Slibarův model řešení rázu).* V naprosté většině případů řešení střetu je tedy veličina **EES** využívána jen jako veličina kontrolní.

Pro jakékoli řešení střetu lze bez problému vypočítat deformační energii **„Edef“** jako úbytek kinetické energie vozidel „**ΔEkin“**, tedy **„Edef =** „**ΔEkin“**. Potom problém dvou energetických řešení střetu neexistuje.

Pokud však odhad deformační energie **„Edef“** vstupuje (aktivním způsobem) do řešení střetu, vede toto obecně ke dvěma různým vektorům impulzu rázové síly *(kvadratická rovnice* $\Rightarrow$ „$\mathbf{S_1}$“, „$\mathbf{S_2}$“*).* Těmto dvěma různým impulzům potom odpovídají dvě různá řešení střetu. Každý výstupní údaj *(směry, rychlosti, úhlové rychlosti ….)* pak může nabývat dvou různých diskrétních hodnot. Pokud jsou vektory impulzů „$\mathbf{S_1}$“, „$\mathbf{S_2}$“ velmi odlišné, potom znalec zpravidla může jedno řešení vyloučit jako nereálné *(porovnání řešení s reálnými stopami v místě dopravní nehody).* Dále však budou odvozeny zákonitosti problému dvou energetických rázových řešení obecně.

## III. 2.0. Rozvaha nad přístupem k řešení problému III.

***Dobře formulovaný problém je napůl vyřešený (Charles Kettering).*** Pokud se má odhad deformační energie „**Edef**“ stát vstupní veličinou pro řešení střetu, je třeba primárně určit, které stávající vstupní veličiny by vlastně mohla deformační energie „**Edef**“ nahradit. Jinak by úloha byla přirozeně tzv. „přeurčená“. Pro rázové řešení střetu vozidel je v současnosti naprosto dominantně rozšířen tzv. Kudlich - Slibarův model řešení rázu, viz vztah (19 - c). V předmětném modelu řešení rázu se mimo několika konstant vyskytují tyto vstupní veličiny: „**k, μ, n, ΔvB“. V úvahu tedy připadají následující typy nahrazení:**

- **„Edef ↔ k“** - nahrazení koeficientu restituce **„k“** deformační energií **„Edef“** lze snadno provést, ale tento typ nahrazení nemá praktický význam, protože

hodnotu koeficientu restituce lze zpravidla kvalifikovaně odhadnout. Problém vzniku dvou energetických řešení nelze tímto typem nahrazení obecně odstranit.

- **„Edef ↔ μ“ -** nahrazení deformační energie **„Edef“** velikostí tření v bodu dotyku **„μ“** obecně lze provést, i když vznik dvou energetických řešení teoreticky nelze vždy vyloučit. Daný typ nahrazení je relativně nejužitečnější ze všech zkoumaných návrhů „nahrazení“. Proto tedy bude tomuto typu nahrazení **„Edef ↔ μ“** věnována v rámci řešení problému III. velká pozornost.
- **„Edef ↔ n“** - nahrazení nastavení normály **„n“** deformační energií **„Edef“** obecně lze provést, toto však vede ke komplikovaným rovnicím. Příslušné odvození je tedy sice realizovatelné, ale interpretace vzniklých numerických řešení je poměrně nesnadná *(až 4 různá řešení).* Proto předmětné nahrazení **„Edef ↔ n“** bude s výhodou realizováno pomocí graficko-početní interpretace řešení rázu, tak jak tato již byla uvedena v rámci řešení problému II.
- **„Edef ↔ ΔvB“ -** nahrazení diference dotykových rychlostí před střetem **„ΔvB“** deformační energií **„Edef“** nelze bez další doplňkové podmínky obecně provést. Problém přirozeně spočívá v tom, že nelze v daném případě vektorovou veličinu **„ΔvB“** nahradit skalární veličinou **„Edef“,** tak aby úloha byla dostatečně určena. Pouze v případě rázu bez skluzu lze tento typ nahrazení bez problémů provést, jak bude dále uvedeno.

## III. 3.0. Rozdělení celkové deformační energie „Edef“ na složky „Edr“ a „Edg“

Teoretický rozbor vede k tomu, že „**Edef**“ je možno rozdělit na složky „**Edr**“ a „**Edg**“ *(dále jen rozdělení).*

- „**Edr**“ je složkou třecí energie, která souvisí se skluzem vozidel.
- „**Edg**“ je základní deformační složkou energie, která způsobuje vlastní (radiální) deformaci vozidel.

**Rozdělení deformační energie „Edef“ má samostatný fyzikální význam**, ale přesto bude tato problematika podrobně pojednána v rámci analýzy problému III. Zavedením rozdělení **„Edef“** je možno snadno vyvodit zákonitosti pro nahrazení **„Edef ↔ μ “**.

V současnosti není možno dle poškození vozidel usuzovat na poměr třecí („**Edr**“) a základní („**Edg**“) složky celkové deformační energie, viz vztahy (161, 162), protože se touto problematikou dosud nikdo nezabýval. V budoucnosti však může být rozdělení celkové deformační energie „**Edef**“ určitým přínosem.

$s \in \langle 0,1 \rangle$ ··· relativní skluzová rychlost ····· $s = \dfrac{ga\,(real)}{ga\,(max)}$ (150)

ga (real) ····· reálná rychlost skluzu ( $\mu$ real )

ga (max) ···· maximální rychlost skluzu ( $\mu = 0$ )

$\vec{S} = \vec{Sn} \cdot s + \vec{Sv} \cdot (1 - s)$ (151) ··· interpolace impulzu "S" dle relativní skluzové rychlosti "s" mezi "Sn" a "Sv"

(100) $\Leftrightarrow$ (152) ·····

$$\boxed{\vec{Sn} = \frac{(1+k) \cdot \vec{n} \cdot \overrightarrow{\Delta vB}}{\vec{n} \cdot \left(M \cdot \vec{n}\right)} \cdot \vec{n} \quad (152) \qquad \mu = 0}$$

····· (151) $\rightarrow$ (111) $\Rightarrow$ (153)

$$2 \cdot Edef = \underbrace{2 \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot \vec{Sn} \cdot s}_{a} + \underbrace{2 \cdot \overrightarrow{\Delta vB} \cdot \vec{Sv} \cdot (1 - s)}_{b} - \underbrace{\vec{Sn} \cdot M \cdot \vec{Sn} \cdot s^2}_{c} - \underbrace{2 \cdot \vec{Sn} \cdot M \cdot \vec{Sv} \cdot s \cdot (1 - s)}_{d} - \underbrace{\vec{Sv} \cdot M \cdot \vec{Sv} \cdot (1 - s)^2}_{e} \quad (153)$$

$$\boxed{Enp = \frac{\left(\vec{n} \cdot \overrightarrow{\Delta vB}\right)^2}{2 \cdot \vec{n} \cdot \left(M \cdot \vec{n}\right)} \quad (154) \text{ ... (subst 4)} \qquad Evp = \frac{\overrightarrow{\Delta vB} \cdot M^{-1} \cdot \overrightarrow{\Delta vB}}{2} \quad (155) \text{ ... (subst 5)}}$$

(112) + (152) + (154) +

+ (155) $\rightarrow$ (153) $\Rightarrow$ (156)

$$2 \cdot Edef = \underbrace{4 \cdot Enp \cdot s \cdot (1+k)}_{a} + \underbrace{4 \cdot Evp \cdot (1-s) \cdot (1+k)}_{b} - \underbrace{2 \cdot Enp \cdot s^2 \cdot (1+k)^2}_{c} - \underbrace{4 \cdot Enp \cdot s \cdot (1-s) \cdot (1+k)^2}_{d} - \underbrace{2 \cdot Evp \cdot (1-s)^2 \cdot (1+k)^2}_{e} \quad (156)$$

(156) $\Rightarrow$ (157b) ·····

$$\boxed{Edef = \left(1 - k^2\right) \cdot (Enp \cdot s + Evp \cdot (1 - s)) + (1 + k)^2 \cdot (Evp - Enp) \cdot s \cdot (1 - s) \quad (157b)}$$

interpolační vztah pro "Edef" (k = 0) : (157 b) + ( k = 0) $\Rightarrow$ (157 c)

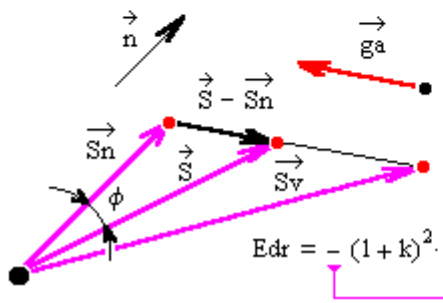
$$\boxed{Edef = Enp \cdot s^2 + Evp \cdot \left(1 - s^2\right) \quad (157\,c) \qquad (k = 0)}$$

(157 b) + (s = 0) $\Rightarrow$ (157 d)

$$\boxed{Edef = Ev = Evp \cdot \left(1 - k^2\right) \quad (157\,d) \qquad (s = 0)}$$

Enp ··· plastická energie - ráz se skluzem (s = 1) + (k = 0) $\rightarrow$ (157 b) $\Rightarrow$ Enp

Evp ··· plastická energie - ráz bez skluzu (s = 0) + (k = 0) $\rightarrow$ (157 b) $\Rightarrow$ Evp




pro třecí práci ve směru skluzu platí : $Edr = \left(\vec{S} - \vec{Sn}\right) \cdot \vec{ga}$ (158)

(152) + (109) + (154) + (155) $\rightarrow$ (158) $\Rightarrow$ (159) ·····

$Edr = -(1+k)^2 \cdot (1-s) \cdot s \cdot (Evp - Enp)$ (159) mínus - jen konvence

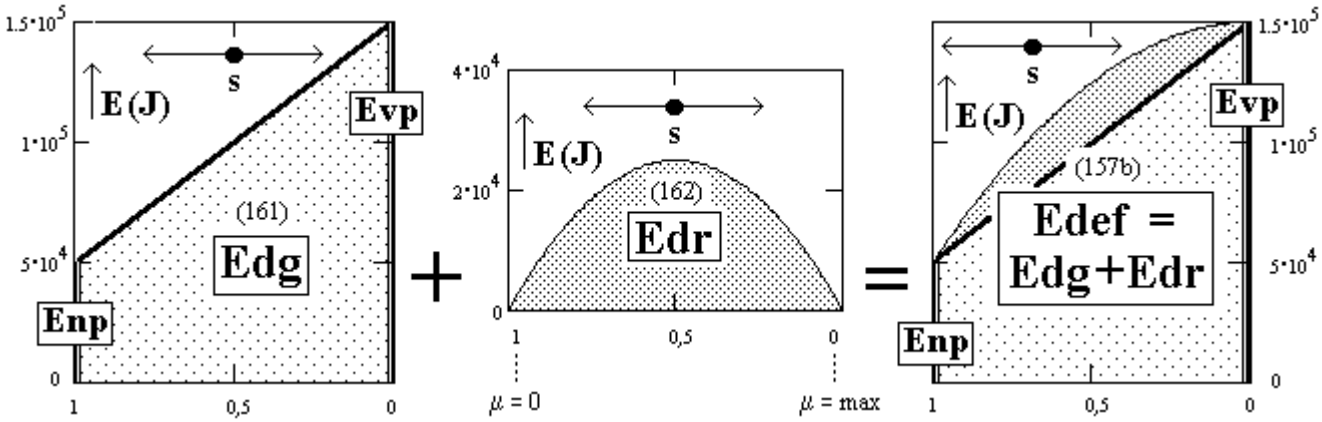
$$Edef = Edg + Edr \quad (160)$$

..... (157 b) + (159) + (160) ⇒ (161, 162) .....

.... základní komponenta deformační energie ..... $Edg = \left(1 - k^2\right) \cdot (Enp \cdot s + Evp \cdot (1 - s)) \quad (161)$

.... třecí komponenta deformační energie ..... $Edr = (1 + k)^2 \cdot (1 - s) \cdot s \cdot (Evp - Enp) \quad (162)$

} Edef




*Obr. III/1 Grafické znázornění vztahů (161, 162), Edg, Edr = f (s)*

Grafickým vyjádřením vztahu (161) ***Edg = f (s)*** pro ***s ∈ {0,1}*** je úsečka spojující body „***Enp, Evp***“. Grafickým vyjádřením vztahu (162) ***Edr = f (s)*** pro ***s ∈ {0,1}*** je parabola, viz obr. III/1.

***Věta č. 14: Celkovou deformační energii realizovanou při střetu na vozidlech lze rozdělit na základní deformační složku „Edg“ (161) a energii třecí „Edr“ (162).***

***Poznámka ke struktuře vztahu (162):*** *Třecí energie je nulová pro ráz bez skluzu (s = 0, $\mu = \mu_{max}$) i pro ráz s nulovým třením (s = 1, $\mu$ = 0) a nabývá maximální hodnoty pro s = 1/2, tedy ga = 1/2 $ga_{max}$, což je fyzikálně zcela racionální. Vztah pro třecí energii je totiž analogický ke vztahu, který je znám v hydrodynamice pro určení poměru obvodové rychlosti lopatek turbíny a rychlosti proudící vody vzhledem k dosažení maximálního výkonu.*

## III. 4.0. Základní typy případů grafické interpretace řešení rázu

Vzhledem k tomu, že nebude realizováno nahrazení **„Edef ↔ k“,** viz kap. III. 2.0., můžeme vycházet z toho, že v následujících případech známe deformační energii „**Edef**“ i koeficient restituce „**k**“. To znamená, že známe jak elipsu skluzu, tak i energetickou elipsu, viz kap. II. 3.2.1.1. a kap. II. 3.2.2. Hledané řešení musí vždy ležet uvnitř elipsy skluzu a danou energii nalezneme právě na okraji energetické elipsy.

Principiálně mohou nastat 3 případy:

- Nejčastěji se elipsa energie protíná s elipsou skluzu - v takovém případě si dále ukážeme, že tato situace odpovídá rázu se skluzem - dvě řešení nevznikají *(kromě případu na obr. III/5a).*
- Pokud se obě uvedené elipsy dotýkají, potom vznikne navíc řešení rázu bez skluzu *(bez ohledu na zvolený typ „nahrazení“).*
- Nejproblematičtější případ vzniká, pokud se celá energetická elipsa nachází uvnitř elipsy skluzu - mohou obecně vzniknout až 4 různá řešení rázu.

## III. 5.0. Možnost nahrazení velikostí tření v bodu dotyku „μ“ deformační energií „Edef“, „Edef ↔ μ"

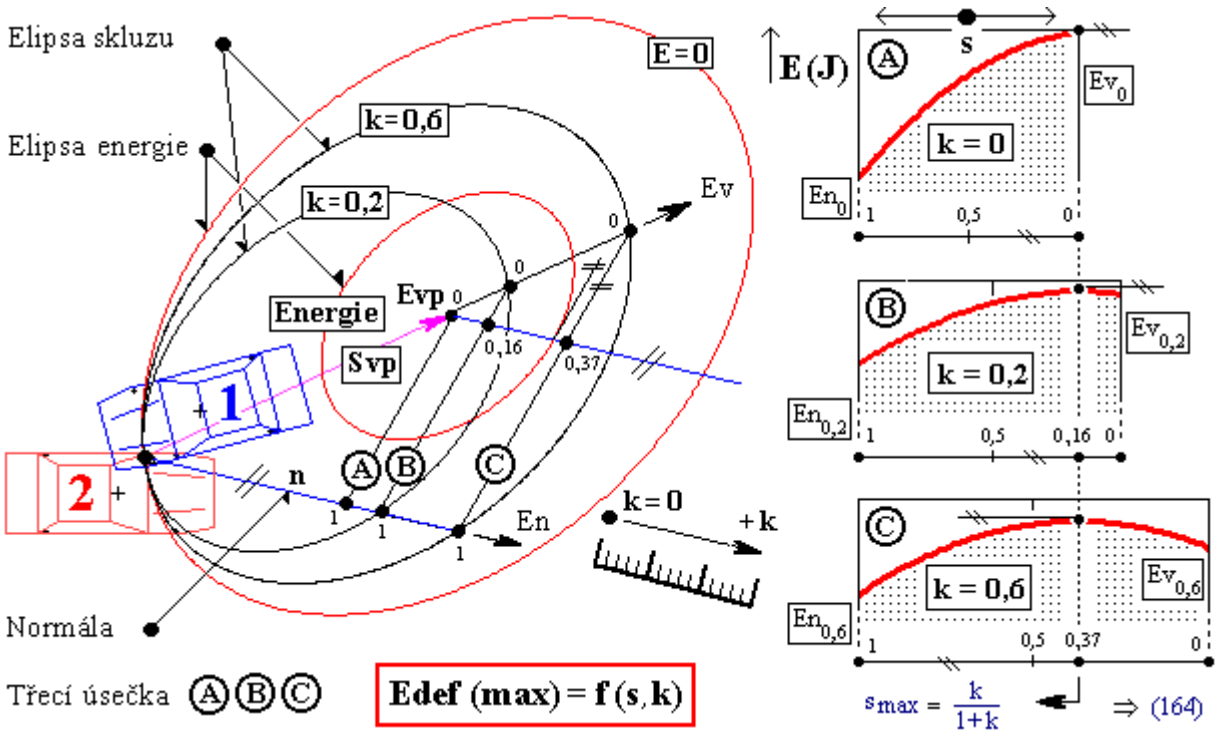
III. 5.1. Deformační energie jako funkce relativního skluzu „**s**“ a koeficientu restituce „**k**“

Základním obsahem řešení problému III. je objasnění problematiky vzniku vícečetných energetických řešení na pozadí různých typů tzv. „nahrazení …“, proto bude nyní zkoumáno, zda má funkce (157 b) lokální extrém, tedy zda určité deformační energii „**Edef**“ odpovídají dva různé skluzy „$\mathbf{s_1}$ , $\mathbf{s_2}$“. Především bude zkoumáno za jakých podmínek tato dvě řešení vznikají „**Edef = f (s, k)**“.

$$(157\,b) \Rightarrow (163) \quad \frac{d}{ds}Edef = \left(1-k^2\right)\cdot(Enp - Evp) + (1+k)^2\cdot(Evp - Enp)\cdot(1 - 2\cdot s_{max}) = 0 \quad (163)$$

$$(163) \Rightarrow (164) \quad \boxed{s_{max} = \frac{k}{1+k} \quad (164)}$$

.... lokální maximum vztahu (157 b) $s_{max} = f(k) \longleftrightarrow Edef\,max$




*Obr. III/2 Edef (max) - souvislost relativního skluzu a koeficientu restituce*

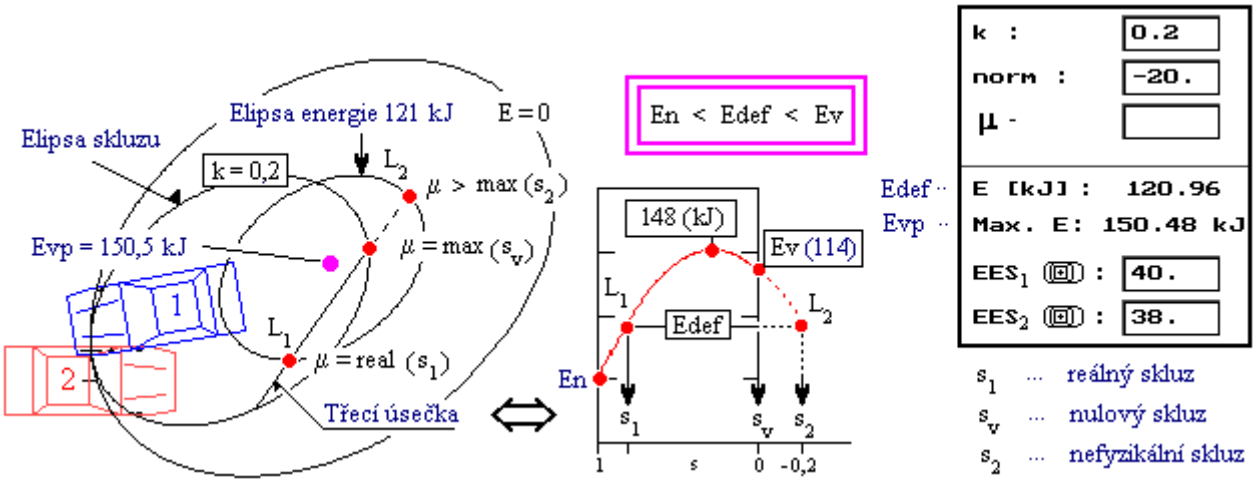
***Věta č. 15: Pokud je koeficient restituce nulový** („k = 0“) **potom problém dvou energetických řešení při nahrazení „Edef ↔ μ“ nevznikne - úloha má tedy jediné řešení - každé energii „Edef“ odpovídá jednoznačná hodnota tření „μ“.***

***Věta č. 16: Pokud bychom znali pro daný střet hodnotu „Edg“, pak má úloha při nahrazení „Edef ↔ μ“ vždy jediné řešení - každé energii „Edg“ odpovídá jednoznačná hodnota tření „μ“,** viz obr. III/1 - 1. diagram.*

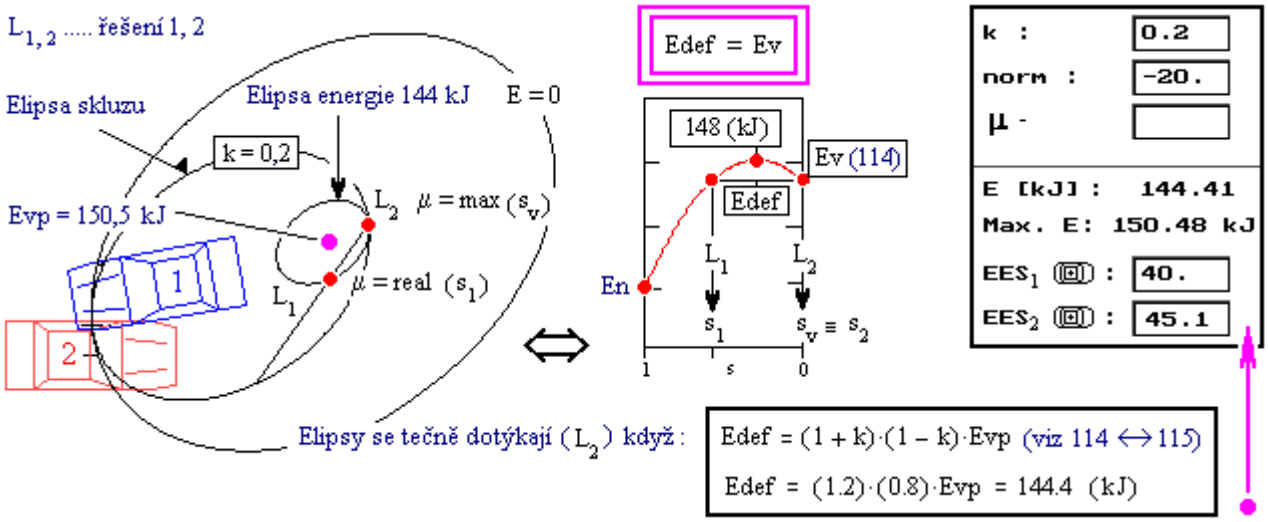
III. 5.2. Grafická interpretace problému vzniku energetických řešení „**Edef ↔ μ**“

Neznáme hodnotu tření v bodu dotyku „**μ**“, ale místo této vstupní veličiny známe deformační energii „**Edef**“. Pro výběr vhodného bodu třecí úsečky tedy nelze použít třecí úhel „**ϕ**“, ale je třeba použít energetickou podmínku. Nalezením průsečíku třecí úsečky s energetickou elipsou je dán vektor impulzu „**S**“ - řešení rázu je tedy určeno.

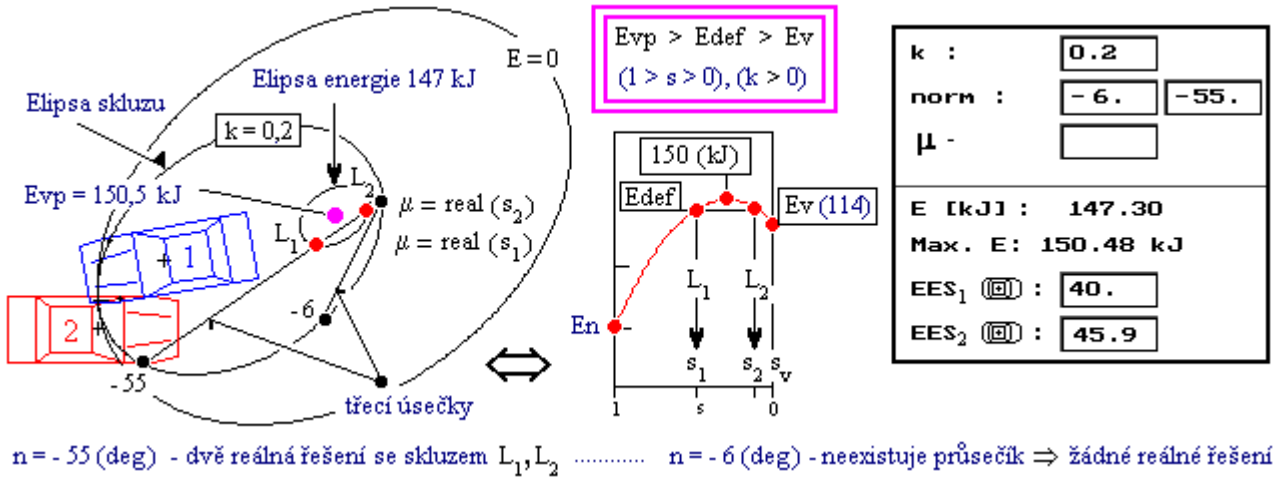
**Problém dvou energetických řešení** *(Edef ↔ μ)* **se při grafické interpretaci problému změnil na nalezení průsečíku třecí úsečky s energetickou elipsou.** Interpretací obr. III/3a-c lze vyvodit některé důležité zákonitosti případného vzniku dvou energetických řešení při nahrazení **Edef ↔ μ.**




*Obr. III/3a Problém 2 energ. řešení - nahrazení Edef ↔ μ pro „En < Edef < Ev“*




*Obr. III/3b Problém 2 energet. řešení - nahrazení Edef ↔ μ pro „Edef = Ev“*




*Obr. III/3c Problém 2 ener. řešení - nahrazení Edef ↔ μ pro „Evp > Edef > Ev“*

1. <u>Pokud platí:</u> **„Edef < En“**, potom třecí úsečka celá leží uvnitř energetické elipsy a úloha nemá žádné řešení.
2. <u>Pokud platí:</u> **„En < Edef < Ev“**, potom jeden konec třecí úsečky leží vně elipsy a druhý uvnitř. Pak musí existovat právě jedno reálné řešení **„$L_1$“.** Druhé řešení

„**$L_2$**“ leží mimo elipsu skluzu, takže neexistuje fyzikálně přípustná kombinace veličin „**n**, **μ**“, která by vedla k tomuto impulzu - muselo by dojít k nefyzikálnímu směru skluzu, viz obr. III/3a.

3. Pokud platí: **„Edef = Ev“**, potom se skluzová a energetická elipsa vždy tečně dotýkají. Vznikají 2 řešení: **$L_1$** - se skluzem, **$L_2$** - bez skluzu, viz obr. III/3b.
4. Pokud platí: **„Ev < Edef < Evp“**, potom oba konce úsečky jsou vně energetické elipsy. Mohou vzniknout až 2 řešení rázu se skluzem „**$L_1$, $L_2$“,** zejména pokud současně platí: ***„k > 0, μ >> 0“*** *(tření „μ“ musí být poměrně vysoké, např.* ***μ = 1,5****).* Dle konkrétní polohy třecí úsečky, viz obr. III/3c, mohou nastat tyto případy:

   A/ třecí úsečka protíná elipsu energie …… 2 řešení rázu se skluzem

   B/ třecí úsečka je tečnou k elipse energie …….. 1 řešení rázu se skluzem

   C/ třecí úsečka neprotíná elipsu energie …….. neexistuje řešení rázu.
5. Pokud platí: **„Edef = Evp“**, potom se energetická elipsa transformuje na pouhý bod. ***„Evp“*** je mezní hodnotou deformační energie, která se může při rázu absorbovat, viz také věta č. 12. Úloha má jediné řešení „**$L_1 \equiv L_2$**“.
6. Pokud platí: **„Edef > Evp“**, potom nelze elipsu vůbec zakreslit. Úloha nemá reálné řešení.

***Poznámka k bodu 6.:*** *Dle zákona zachování energie není možné aby vznikla např.* ***EES = 50 km/h*** *u vozidla, které lehce narazilo při popojíždění na parkovišti.*

### III. 5.3. Shrnutí problému dvou energetických řešení pro nahrazení **„Edef ↔ μ“**

Ve všech případech, kdy platí: **Edef < Ev** je řešení určeno vždy jednoznačně a je možno tyto výpočty bez problému algoritmizovat.

Pokud platí: **Edef = Ev**, pak musí řešitel rozhodnout, zda došlo ke skluzu či nikoli. Nedošlo-li ke skluzu, pak musí výpočetní algoritmus bezpodmínečně zajistit platnost vztahu (122). **Pokud vztah (122) nebude při rázu bez skluzu** *(zcela přesně)* **splněn, potom vzniknou 2 různá řešení rázu se skluzem,**

*obr. III/3a,c,* **kdy žádné z těchto řešení nebude korektní**. Algoritmicky toto lze v programech pro rekonstrukci dopravních nehod zabezpečit. Graficko-početní přístup k problematice řešení rázu (představený již v rámci řešení problému II.) je však v otázce deformační energie „**Edef**“ univerzální.

***Věta č. 17: Při nahrazení „Edef ↔ μ“ - v případě „Edef < Ev“ má úloha vždy maximálně jedno řešení (nemusí mít žádné).***

***Věta č. 18: Při nahrazení „Edef ↔ μ“ mohou nastat dvě řešení jedině v případě kdy platí: „Ev ≤ Edef < Evp“.***
*Zvláštním případem tohoto tvrzení je situace kdy platí: „k = 0“. Pak „Ev = Evp“ (157 d), a proto taková úloha nemůže mít dvě řešení nikdy, viz věta č. 15.*

***Věta č. 19: Pokud objektivně dojde k rázu bez skluzu („ga = 0“) potom rázovému řešení musí přesně odpovídat deformační energie „Ev = Edef“.***
*Mezi „**Sv** - vztah (112)“ a „**Ev** - vztah (114)“ existuje pevná vazba - obě veličiny jsou funkcí stejných veličin („**k, M, ΔvB**“).*

III. 5.4. Vlastní výpočet dvou energetických rázových řešení

V této kapitole bude demonstrován jeden ze způsobů, jak lze zcela konkrétně realizovat energetický model výpočtu rázu a jak následně z tohoto řešení vypočítat (jen jako kontrolní veličinu) příslušné(á) tření v bodu dotyku „**μ**“. Deformační energie „**Edef**“ se v tomto modelu řešení stane vstupní veličinou a bude nahrazovat tření v bodu dotyku „**μ**“. Postačuje tedy korektně matematicky „svázat“ vztahy (40) a (41). Vztah (41) je jedna lineární rovnice o dvou neznámých „**Sx, Sy**“. Proto má tato rovnice bez další matematické podmínky nekonečně mnoho řešení. Všechna tato řešení dle vztahu (41) mají tu vlastnost, že koncové body všech vektorů impulzů „**S**“ leží v prostoru impulzů na jedné přímce. Tuto přímku

je výhodné v dané situaci popsat parametricky. Najdeme tedy jeden libovolný *(ale konkrétní)* bod této přímky „**Q**“ a směrový vektor této přímky „**R**“ („**Q**“ *je polohový vektor).* Zvolme výhodně polohový vektor „**Q**“ tak, aby platilo: „**Q ≡ Sn**“.

$$\boxed{2\,Edef = 2\cdot\left(\overrightarrow{vB_2} - \overrightarrow{vB_1}\right)\cdot\vec{S_1} - \vec{S_1}\cdot M\cdot\vec{S_1} \quad (40)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad \boxed{(1+k)\cdot\vec{n}\cdot\left(\overrightarrow{vB_2} - \overrightarrow{vB_1}\right) = \vec{n}\cdot M\cdot\vec{S_1} \quad (41)}$$

... parametrická rovnice impulzu "$\vec{S}$", kde "t" je libovolné reálné číslo ..... $\vec{S} = \overrightarrow{Sn} + t\cdot\vec{R}$ (165)

Aby libovolná hodnota vztahu (165) splňovala rovnici (41), musí vektor "$\vec{R}$" splňovat rovnici (166) : .....

$\vec{R}\cdot M\cdot\vec{n} = \vec{0}$ (166) .... vektor "$\vec{R}$" splňující tuto rovnici (166) lze vypočítat například takto : $\longrightarrow$ (167)

$$(Rx \;\; Ry)\cdot\begin{pmatrix} Mxx & Mxy \\ Myx & Myy \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} nx \\ ny \end{pmatrix} = Rx\cdot(Mxx\cdot nx + Mxy\cdot ny) + Ry\cdot(Myx\cdot nx + Myy\cdot ny) = 0 \quad (167)$$

... vztah (167) je splněn například pro tyto hodnoty :

$$\boxed{\begin{aligned} Rx &= -nx\cdot Myx - ny\cdot Myy \quad (168a) \\ Ry &= nx\cdot Mxx + ny\cdot Myx \quad (168b) \end{aligned}} \quad \cdots$$

V této fázi již postačuje do vztahu (40) za impulz "$\vec{S}$" dosadit parametrickou rovnici přímky (165), kdy vektor "$\vec{R}$" je dán vztahy (168a, b). ..... (165) + (168a ,b) $\longrightarrow$ (40) + (subst 1) $\Rightarrow$ (169)

$$2\,Edef = 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\left(\overrightarrow{Sn} + t\cdot\vec{R}\right) - \left(\overrightarrow{Sn} + t\cdot\vec{R}\right)\cdot M\cdot\left(\overrightarrow{Sn} + t\cdot\vec{R}\right) \quad (169)$$ ..... (169) $\Rightarrow$ (170) :

$$2\,Edef = 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\overrightarrow{Sn} + 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\vec{R}\cdot t - \overrightarrow{Sn}\cdot M\cdot\overrightarrow{Sn} - 2\cdot\overrightarrow{Sn}\cdot M\cdot\vec{R}\cdot t - \vec{R}\cdot M\cdot\vec{R}\cdot t^2$$ ..... $\longrightarrow$

$$\underbrace{\vec{R}\cdot M\cdot\vec{R}}_{\bullet\bullet\bullet}\cdot t^2 + 2\cdot\left(\overrightarrow{Sn}\cdot M - \overrightarrow{\Delta vB}\right)\cdot\underbrace{\vec{R}\cdot t}_{\bullet\bullet\bullet} + \overrightarrow{Sn}\cdot M\cdot\overrightarrow{Sn} - 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\overrightarrow{Sn} + 2\cdot Edef = 0 \quad (170)$$ (170) $\Rightarrow$ (171)

$$\left.\begin{aligned} a &= \vec{R}\cdot M\cdot\vec{R} && (171a) \\ b &= 2\cdot\left(\overrightarrow{Sn}\cdot M - \overrightarrow{\Delta vB}\right)\cdot\vec{R} && (171b) \\ c &= \overrightarrow{Sn}\cdot M\cdot\overrightarrow{Sn} - 2\cdot\overrightarrow{\Delta vB}\cdot\overrightarrow{Sn} + 2\cdot Edef && (171c) \end{aligned}\right\} \cdots \quad t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \longrightarrow (165) \Rightarrow \boxed{S_{1,2}}$$

Z trojúhelníků „**Sn, R*t$_1$**“ a „**Sn, R*t$_2$**“ lze potom vypočítat hodnoty tření v bodu dotyku „**$\mu_1$, $\mu_2$**“ odpovídající oběma energetickým řešením rázu, viz obr. III/4. Uvedené numerické řešení velmi dobře odpovídá grafické konstrukci rázového řešení. Lze snadno dovodit, že směrový vektor „**R**“ je směrem třecí úsečky. Tento směr třecí úsečky je závislý pouze na veličinách „**n, M**“, jak vyplývá z obr. III/2 *(úsečky A, B, C)* a vztahů (168 a, b). Normálná složka impulzu „**Sn**“ je dána a vektoru impulzu „**S**“ lze dosáhnout pouze tak, že druhá složka impulzu „**S**“ bude mít směr třecí úsečky. Nejprve je numericky určen impulz „**Sn**“, pak třecí úsečka a nakonec jsou vypočítány parametry „**t$_1$, t$_2$**“, které určují průsečíky této třecí úsečky s energetickou elipsou dle vztahu (165).

Velmi praktické je nahradit při odvození koeficientů kvadratické rovnice **a, b, c** vztah (165) interpolačním vztahem (151). Parametr „**t**“ tedy bude nahrazen relativním skluzem „**s**“, kdy dle velikosti „**s**“ bude možno ihned posoudit reálnost vzniklých řešení *(172 a, b, c).* Pokud je řešení rázu *(dle velikosti skluzu)* reálné, musí se relativní skluz „**s**“ nacházet v intervalu **s ∈ { 0, 1 }.** Využijeme - li při výpočtu dvou energetických rázových řešení přímo interpolační vztah (157 b) získáme koeficienty **a, b, c** v jednoduchém tvaru (173 a, b, c).

$$a = -\vec{Sn}\cdot M\cdot\vec{Sn} + 2\cdot\vec{Sn}\cdot M\cdot\vec{Sv} - \vec{Sv}\cdot M\cdot\vec{Sv} \qquad (172a)$$

$$b = 2\cdot\left(\vec{\Delta vB}\cdot\vec{Sn} - \vec{\Delta vB}\cdot\vec{Sv} - \vec{Sn}\cdot M\cdot\vec{Sv} + \vec{Sv}\cdot M\cdot\vec{Sv}\right) \qquad (172b)$$

$$c = \underbrace{2\cdot\vec{\Delta vB}\cdot\vec{Sv} - \vec{Sv}\cdot M\cdot\vec{Sv}}_{2\cdot Ev\ (111),(114)} - 2\cdot Edef \qquad (172c)$$

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \rightarrow (151) \Rightarrow \boxed{S_{1,2}}$$

$$a = (1+k)^2 \qquad (173a)$$

$$b = -2\cdot k\cdot(1+k) \qquad (173b)$$

$$c = \frac{Edef - Evp\cdot\left(1-k^2\right)}{Evp - Enp} \qquad (173c)$$

$$s_{1,2} \rightarrow (151) \Rightarrow \boxed{S_{1,2}} \quad \text{.... } b^2 = 4\cdot a\cdot c \quad (174) \text{ .... jediné řešení}$$

$$(173a, b, c) \rightarrow (174) \Rightarrow (175)$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} Edef = Evp - Enp\cdot k^2 & (175) \\ f(Edef) \quad \vec{S_1} = \vec{S_2} & \end{array}}$$

Obě řešení kvadratické rovnice splývají v řešení jediné, pokud je diskriminant kvadratické rovnice nulový *(D = 0, tedy … $b^2 = 4ac$, viz vztahy 174, 175).* Pro praxi tento speciální případ nemá význam s ohledem na velké nepřesnosti vstupních veličin.

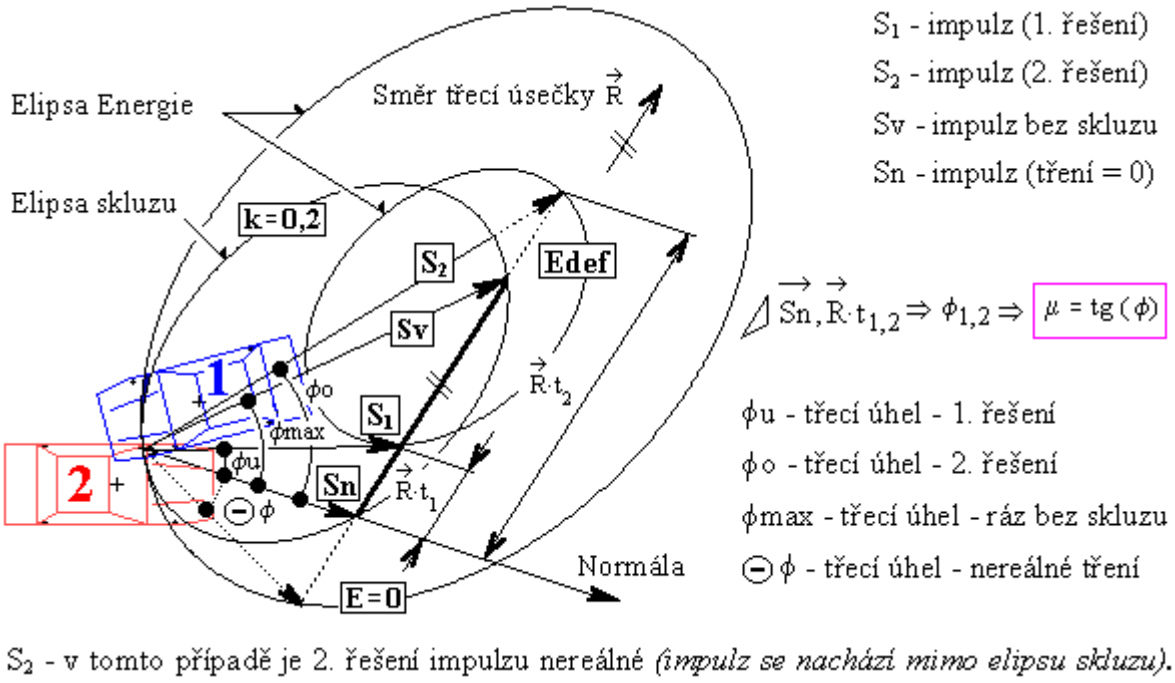
U energetického rázového řešení vzniká jediné (splývající) řešení rázu

**„$S_1 = S_2 = f$ (Edef ↔ μ)“,** ve dvou případech:

***a / třecí úsečka je tečnou k energetické elipse***

***b / deformační energie „Edef“ přesně odpovídá plastickému rázu bez skluzu „Edef = Evp“***

***Věta č. 20: Pokud je splněn vztah (175), potom pro nahrazení „Edef ↔ μ“ splývají obě vzniklá energetická řešení v řešení jediné.***



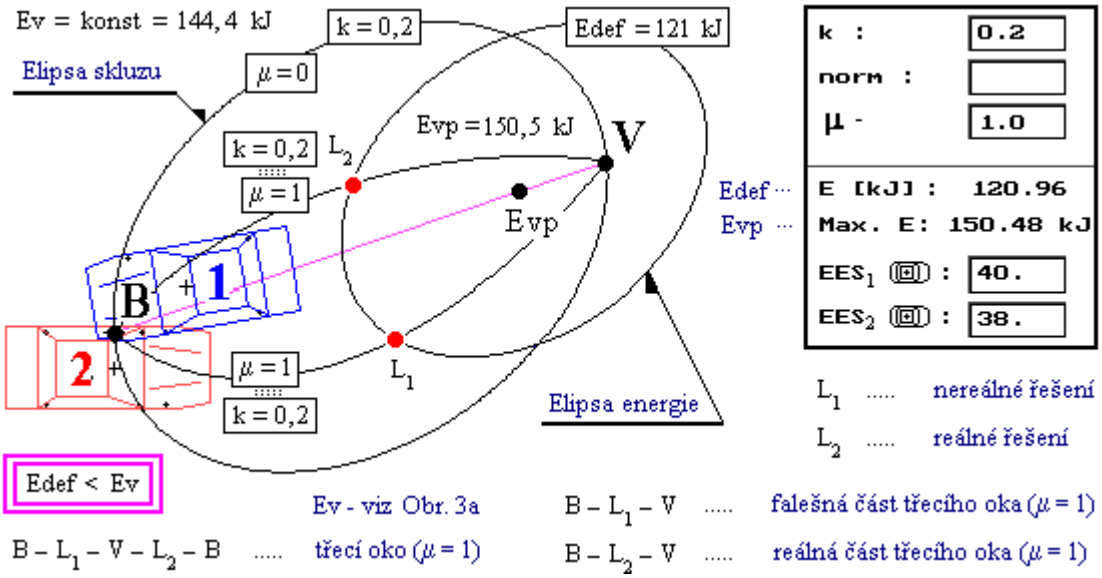

*Obr. III/4 Grafické znázornění řešení rázu dle „Edef“ pro nahrazení „Edef ↔ μ“*

## III. 6.0. Možnost nahrazení nastavení normály dotyku „n“ deformační energií „Edef“, „Edef ↔ n“

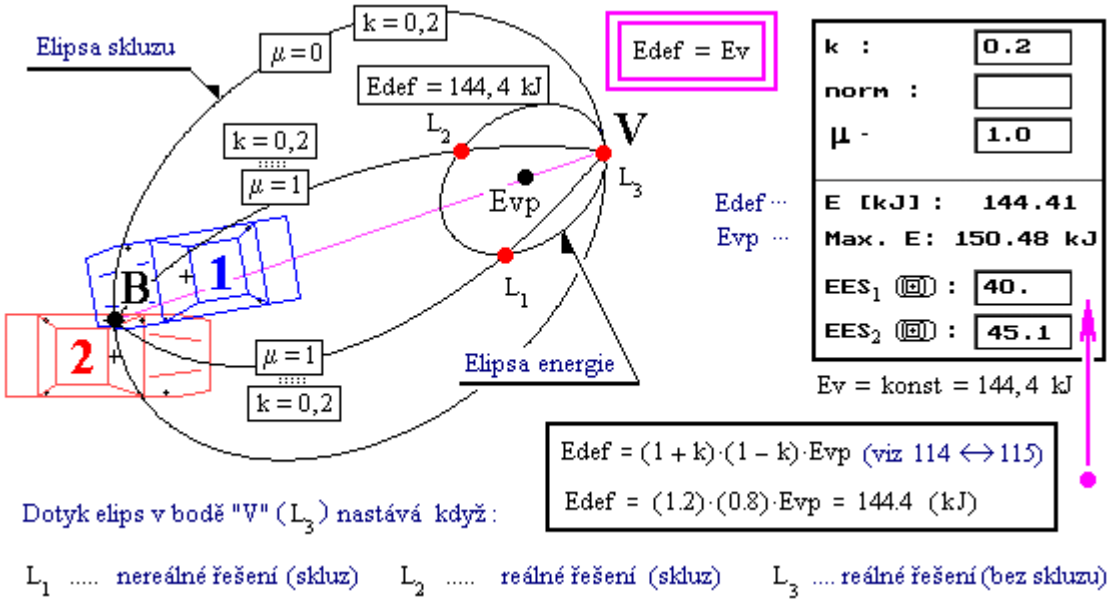
V daném případě neznáme hodnotu nastavení normály „**n**“, ale místo této vstupní veličiny známe deformační energii „**Edef**“. Normálu „**n**“ bude možno po nalezení řešení pouze vypočítat jako výstupní (kontrolní, pasivní) veličinu. Pokud máme zadánu kompletní diskrétní sadu běžných vstupních hodnot pro výpočet rázu, ale nemáme zadánu normálu dotyku „**n**“, potom je obecně grafickým zobrazením množiny vzniklých řešení tzv. „***třecí oko***“. **Problém vzniku vícečetných energetických řešení** *(Edef ↔ n)* **se při grafické interpretaci problému změnil na nalezení průsečíku třecího oka s energetickou elipsou.**

Přestože se tato úloha jeví výrazně jiná než předchozí typ nahrazení „**Edef ↔ μ**“ je možné všechny závěry uvedené v kapitole III. 5.0 aplikovat i nyní. Odvození je sice výrazně složitější, ale všechna tvrzení lze dokázat i v tomto případě. Jediná výjimka v závěrech spočívá v tom, že řešení existuje vždy pro „**0 < Edef < Ev**“, tedy i pro „**Edef < En**“, protože křivky třecího oka vždy začínají v bodě „**B**“, viz obr. III/5a. Vzniká zde ale zásadní rozdíl, že třecí oko má dvě *(nestejné)* poloviny, takže je nyní všechno zdvojené - místo jednoho řešení máme dvě, místo dvou řešení máme čtyři. **Zvětšení počtu řešení nijak nesouvisí s tím, že řešíme energetický problém, ale s tím, že skluz může probíhat na levou nebo pravou stranu.** Určení, která polovina třecího oka je ta správná, je z pohledu znalce poměrně triviální - samotný vektor normály „**n**“ vytíná na elipse skluzu impulz, který by odpovídal nulovému tření. V zavedených konvencích zobrazujeme impulz, kterým působí vozidlo **2** na vozidlo **1.** Z toho plyne, že vektor normály dotyku musí vždy směřovat od vozidla **2** k vozidlu **1**, jinak by se vozidla při střetu vzájemně přitahovala, což je samozřejmě nefyzikální. Falešná část třecího oka přesně odpovídá stopě pohybu vektoru impulzu, kdy impulz je v programu PC- Crash unášen druhým *(falešným)* okrajem třecího kužele.

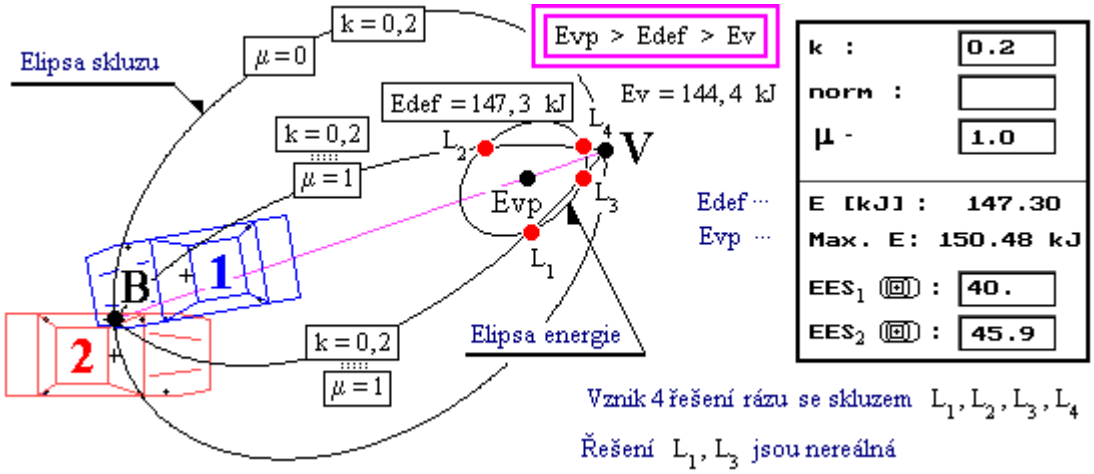
S ohledem na úzkou analogii s předchozím výkladem jen ukážeme na obr. III/5a-d základní zákonitosti pro nahrazení „**Edef ↔ n**“ a s tím související počet řešení.



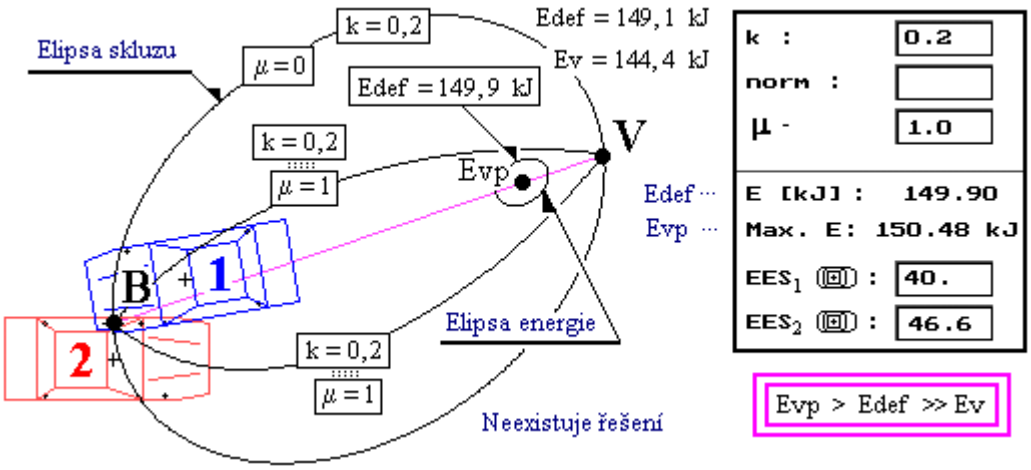

*Obr. III/5a Problém 2 energet. řešení - nahrazení Edef ↔ n pro „Edef < Ev“*




*Obr. III/5b Problém 2 energet. řešení - nahrazení Edef ↔ n pro „Edef = Ev“*




*Obr. III/5c Problém 2 energ. řešení - nahrazení Edef ↔ n pro „Evp > Edef > Ev“*




*Obr. III/5d Problém 2 en. řešení - nahrazení Edef ↔ n pro „Evp > Edef >> Ev“*

***Věta č. 21: Pro nahrazení „Edef ↔ n“ platí věty č. 17, 18 avšak je třeba vyloučit ta řešení rázu, která se nachází ve falešné části třecího oka****, viz obr. III/5a. Neplatí pouze poznámka v závorce na konci věty č. 17.*

## III. 7.0. Možnost nahrazení vektoru diference dotykových rychlostí před střetem „ΔvB“ deformační energií „Edef“, „Edef ↔ ΔvB“

Jak je uvedeno v kap. III. 2.0., bude nyní provedeno nahrazení „**Edef ↔ ΔvB**“ jen pro speciální případ - ráz bez skluzu. Tento typ nahrazení je v praxi již znám, vztah (178) je totiž vektorovým vyjádřením vztahu, který je využíván v případě metody „překrytí ploch“, [23] vztahy (I) a (III), [13] vztah (13), str. 87, pro vymezení energetického prstence (E - Ring), viz vztah (182). Tento vztah je však pouze speciálním vztahem pro ráz bez skluzu (der Vollstoß), viz kap. III. 2.0. a neplatí tedy pro ráz se skluzem.

(112) ⇒ (176) $$\overrightarrow{\Delta vB} = \frac{1}{(1+k)} \cdot M \cdot \vec{S}_1 \quad (176)$$ ..... (176) → (114) ⇒ (177)

$$2 \cdot Ev = (1+k) \cdot (1-k) \cdot \frac{1}{1+k} \cdot \vec{S}_1 \cdot M \cdot M^{-1} \cdot M \cdot \vec{S}_1 \cdot \frac{1}{1+k} \quad (177)$$ (177) ⇒ (178) $$\boxed{2 \cdot Ev = \frac{1-k}{1+k} \cdot \left(\vec{S} \cdot M \cdot \vec{S}\right) \quad (178) \quad (ga = 0)}$$

Pro libovolný směr vektoru "$\vec{s}$" platí (179), hmotnosti "$m_1^*$, $m_2^*$" jsou redukovány dle metody "překrytí ploch".

(14 - a) ⇒ (179) $$\frac{1}{m_1^*} + \frac{1}{m_2^*} = \vec{s} \cdot M \cdot \vec{s} \quad (179)$$ $$\boxed{Ev \Leftrightarrow Edef \quad (ga = 0) \quad (180)}$$ ..... (179) + (180) → (178) ⇒ (181)

$$2 \cdot Edef = \frac{1-k}{1+k} \cdot \left(\frac{1}{m_1^*} + \frac{1}{m_2^*}\right) \cdot S^2 \quad (181)$$ (181) ⇒ (182) $$\boxed{S = \sqrt{2 \cdot Edef \cdot \left(\frac{m_1^* \cdot m_2^*}{m_1^* + m_2^*}\right) \cdot \left(\frac{1+k}{1-k}\right)} \quad (182)}$$ (178) ⇔ (182)

## III. 8.0. Praktická využitelnost získaných poznatků v programech

Společným znakem vzniklých teoretických komplikací při nahrazení vybraných vstupních veličin deformační energií „**Edef**“ je vznik dvou řešení rázu se skluzem, pokud se odhad deformační energie při kladném koeficientu restituce „***k***“ blíží deformační energii pro plastický ráz bez skluzu ***(Ev ≤ Edef <***

***Evp)***. V tomto případě se energetická elipsa nachází uvnitř elipsy skluzu resp. uvnitř třecího oka. Tato práce v kapitolách III.3.0, III.5.1, III.5.2 mimo jiné podrobně objasňuje, za jakých podmínek se energetická elipsa může nacházet uvnitř elipsy skluzu. Z pohledu teorie je počet a charakter vzniklých řešení závislý na tom, v kterém energetickém pásmu vymezeným hodnotami „**0, En, Ev, Evp**“, se nachází odhad deformační energie „**Edef**“ *(viz např. body 1-6 v kap. III. 5.2.).*

**V případě rázu bez skluzu neexistuje problém vzniku 2 energetických řešení.** V programech pro rekonstrukci dopravních nehod lze snadno algoritmicky zabezpečit, aby při rázu bez skluzu mohla být deformační energie (**Edef** nebo **EES**) použita jako vstupní údaj, viz věta č. 19 a vztah (122).

Zamysleme se nyní ale prakticky nad problematickými případy: „**Evp > Edef > Ev“.** Ponechme stranou otázku, zda se tyto teoretické případy v praxi vůbec vyskytují. Pokud budeme mít dán koeficient restituce například „**k = 0,2**“ potom s využitím vztahu (157d) můžeme snadno vypočítat příslušný poměr: **Ev / Evp = 0,96**. To znamená, že abychom skutečně pocítili existenci dvou řešení, museli bychom znát **Edef** s odchylkou menší než **4 %.** S ohledem na známý kvadratický vztah mezi veličinami „**Edef** a **EES“**, viz vztahy (46, 47) bychom museli znát veličinu(y) EES s přesností vyšší než **2 %**. Například bychom museli vědět, že „**EES“** jednoho z vozidel leží mezi **50 a 51 km/h.** Zdálo by se, že problém popsané přesnosti se projevuje pouze v případě nízkých hodnot koeficientu restituce, například pro extrémní (teoretickou) hodnotu koeficientu restituce **k = 0,8** je prostor pro volbu „**Edef“** již značně široký: **Ev / Evp = 0,36**. Stačí tedy, aby pro **k = 0,8** byla **Edef** určena s přesností vyšší než **64 %** a přesnost určení **EES** tedy bude činit kolem **30 - 40 %.** Vezmeme - li ale v úvahu, že vysoké hodnoty koeficientu restituce “**k**” přísluší pouze pro minimální deformační přetvoření vozidel a tedy pro malé hodnoty **EES** zjistíme, že těchto **30 - 40 %** představuje rozdíl mezi **10 km/h** a **14 km/h.** Vzhledem k tomu, že tak přesný odhad **EES** je nereálný, pak můžeme považovat v problematických případech: „**Evp > Edef > Ev“** za správné řešení kterékoli řešení, které se pohybuje v intervalu energií „**Evp**“ a „**Ev**“. Debatu o tom, zda se v problematických

případech: „**Evp > Edef > Ev**“ vyskytují 2 reálná řešení rázu se skluzem považuje autor této práce za ryze akademickou, která nemá žádný dopad do praxe.

***Věta č. 22: Problematické teoretické případy pro vznik více energetických řešení „Evp > Edef > Ev“ lze v praxi vyřešit tím, že můžeme považovat za korektní splnění energetické podmínky kterékoli řešení z intervalu {Ev, Evp}.***
*Důvodem je omezená schopnost určit vstupní údaj „**Edef**“ dostatečně přesně.*

## III. 9.0. Smysluplnost nahrazení „Edef ↔ μ“ pro ráz se skluzem

Případy **rázů se skluzem** jsou při optimalizaci vstupních údajů určitou „**hodinářskou prací**“, přičemž řešitel **akcentuje** pro dosažení této složité rovnováhy jako odezvu systému řešení střetu **téměř výhradně jen pohyb vozidel po střetu**. Tento typ odezvy je snad u každého řešení rázu se skluzem jednak markantní a současně poměrně citlivý ke změnám vstupních hodnot. Je pravdou, že řešitel má nepoměrně lepší představu o technicky přijatelných mezích hodnot veličin „$\mathbf{EES_1}$ a $\mathbf{EES_2}$“ (např. ± 10 % od střední hodnoty), než veličiny tření v dobu dotyku „**μ**“ (např. ± 50 % od střední hodnoty). Výše uvedené se na první pohled jeví jako jasná metodická výhoda ve prospěch deformační energie „**Edef**“ jako potenciální vstupní hodnoty v klasických (simulačních) programech, viz kap. „C“. Tato výhoda je řešitelsky však jen zdánlivá, neboť ji nejsme schopni využít s ohledem na naši omezenou schopnost určit „**Edef**“ dostatečně přesně. To je dáno tím, že řešitel, po dosažení určité základní resp. přibližné úrovně řešení, již řešení jen tzv. „jemně ladí“, [28], str. 91. Řešitel má hodnoty vstupních veličin nahrubo nastaveny *(ať již hledanou rychlost vozidla před střetem „$v_2$“ nebo „**Edef**“ či „**μ**“ atd.)*, přičemž využívá dle svých zkušeností a technického citu kteroukoli z nich již jen jako „regulační páky a páčky“ k dosažení vyšší úrovně optimalizace řešení pohybu vozidel po střetu. Například, stejnou odezvu ohledně korekce změny směru pohybu a rychlosti motocyklu po střetu by řešitel mohl

dosáhnout buď změnou tření v bodu dotyku (např. „**μ**“ z hodnoty **0,49** na **0,77**) anebo změnou veličiny „**$EES_2$**“ motocyklu (např. **$EES_2$** z hodnoty **54,6 km/h** na **57,2 km/h**). Zásadní problém přitom spočívá v tom, že řešitel není schopen odhadnout hodnotu ani jedné z uvedených veličin dostatečně přesně, tak aby hodnoty těchto veličin po dosažení „hrubého“ (základního, přibližného) řešení používal dále jinak než jen jako prosté „regulační páky a páčky“. Řešitel opravdu není schopen „z poškozených plechů“ vozidel odhadnout zda tření v bodu dotyku činilo „**μ = 0,3** či spíše **μ = 0,8**“ anebo zda „**EES**“ motocyklu činila „**$EES_2$ = 48 km/h** či spíše **$EES_2$ = 63 km/h**. Jak již bylo uvedeno, řešitel při řešení rázu se skluzem akcentuje spíše pohyb vozidel po střetu (směr, rychlost, rotace), k tomu potřebuje optimalizovat sadu hodnot neznámých (hledaných) veličin či nepřesně daných vstupních údajů v jejich technicky přijatelném rozsahu. Řešiteli je přitom vcelku lhostejné zda touto „regulační páčkou“ bude hodnota tření v bodu dotyku „**μ**“, hodnota „**Edef**“ („**$EES_1$** a **$EES_2$**“), neznámá veličina či velmi nepřesně daná vstupní veličina. Ve výsledku by realizace nahrazení typu „**Edef ↔ μ**“ v programech tedy mohla vést k tomu, že se jedna problematická vstupní veličina nahradí jinou problematickou vstupní veličinou. Bez provedení další analýzy není vůbec snadné určit, které z uvedených problematických řešení je celkově relativně výhodnější. Tato otázka již přesahuje rámec řešení problému III.

## III. 10.0. Shrnutí závěrů k řešení problému III.

Obsah řešení problému III. spočíval především v objasnění toho, zda lze na pozadí graficko-početního řešení rázu vozidel vyřešit možnost, aby se odhad hodnoty deformační energie „Edef“ mohl stát vstupní hodnotou, a to v rámci tzv. Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu.

Pro řešení problému III. byla využita rešeršní studie, viz kapitola C. Také byla provedena analýza problému v kap. III. 2.0, byly použity metody v intencích

kapitoly D a konečně byly z obsahu řešení problémů I. a II. převzaty podstatné poznatky a matematické vztahy.

Obsahem řešení problému III. především bylo zjistit, za jakých podmínek lze při řešení rázu vozidel využívat odhad deformační energie vozidel „**Edef**“ jako vstupní veličinu. Systematicky byly navrhovány jednotlivé typy nahrazení stávajících vstupních veličin deformační energií „**Edef**“, jinak by řešení střetu bylo samozřejmě tzv. „přeurčené“. Následně byl proveden teoretický rozbor jednotlivých typů nahrazení veličin, byly podrobně popsány zjištěné zákonitosti. Při řešení problému byla zcela dominantně a s úspěchem využita graficko-početní interpretace řešení rázu představená v rámci řešení problému II.

V kap. III. 3.0. byla objevena dosud nepublikovaná, velmi zajímavá a přitom podstatná zákonitost. Teoretické odvození vede k tomu, že deformační energii „**Edef**“ lze rozdělit na dvě samostatné složky „**Edg**“ - základní, vztah (161) a „**Edr**“ - třecí, vztah (162), viz věta 14. Rozdělení deformační energie „**Edef**“ má samostatný fyzikální význam a překračuje tak obsah řešení problému III. Předmětné rozdělení „**Edef**“ však bylo velmi elegantně využito i při řešení problému III. resp. pro vysvětlení toho, proč vlastně a za jakých podmínek vznikají vícečetná řešení střetu při kombinaci energetického řešení rázu s Kudlich-Slibarovým modelem řešení rázu.

Zjednodušeně řečeno jde o to, že problém dvou energetických řešení vzniká tehdy, když vztah (160) vykazuje na intervalu (reálného, fyzikálního) relativního skluzu deformačních oblastí vozidel $\mathbf{s \in \{ 0, 1 \}}$ lokální maximum, viz podrobně kap. III. 5.1. Jelikož je vztah (160) prostým součtem složek, které představují vztahy (161, 162), může být vznik lokálního extrému zabezpečen pouze složkou „**Edr**“, která má charakter kuželosečky, konkrétně paraboly. Při nulovém koeficientu restituce „$\mathbf{k = 0}$“ nevykazuje vztah (160) nikdy lokální maximum a neexistuje tedy v tomto případě problém dvou energetických řešení, viz věta 15. Pokud bychom byli schopni z deformací vozidel přímo odhadnout složku „**Edg**“ či případně považovali za „**Edef**“ pouze (víceméně) dominantní složku této „**Edef**“,

tedy veličinu „**Edg**“ („**Edef = Edg**“), potom problém dvou energetických řešení obecně neexistuje, viz věta č. 16.

V kap. III. 5.2., III. 5.3. a III. 5.4. byla podrobně zkoumána možnost nahrazení vstupní veličiny - tření v bodu dotyku „**μ**“ - deformační energií „**Edef**“, „**Edef ↔ μ**“, jelikož tato možnost se jeví jako nejreálnější, což má samozřejmě smysl pouze pro ráz se skluzem. Zjednodušeně řečeno, při tomto typu nahrazení „**Edef ↔ μ**“, mohou maximálně vzniknout dvě reálná řešení rázu *(buď obě se skluzem či jedno se skluzem a druhé bez skluzu)*, viz podrobně shrnutí na konci kap. III. 5.2. Tato vícečetnost řešení nastává až pro velmi vysoké hodnoty odhadu deformační energie „**Edef**“, tedy v energetickém pásmu „**Ev ≤ Edef < Evp**“.

V kap. III. 6.0. byla podrobně zkoumána možnost nahrazení vstupní veličiny - nastavení normály dotyku „**n**“ - deformační energií „**Edef**“, „**Edef ↔ n**“. Daný typ možnosti nahrazení vstupní veličiny „**Edef**“ je po teoretické stránce již relativně komplikovanější a bylo by nesnadné při analýze možností tohoto typu nahrazení postupovat jinak, než s využitím graficko-početního řešení. Podstatné zákonitosti typu nahrazení veličiny „**Edef ↔ n**“ se vzhledem k typu nahrazení „**Edef ↔ μ**“ liší jen nepodstatně, viz podrobně úvodní část kap. III. 6.0. Habilitantem bylo nově definováno tzv. „třecí oko“. Pro tento typ nahrazení mohou teoreticky vzniknout až 4 různá řešení rázu se skluzem, viz obr. III/5c. Dvě z těchto řešení jsou však nereálná, protože leží ve „falešné“ části „třecího oka“.

V kap. III. 7.0. byla zkoumána možnost nahrazení vstupní veličiny - vektor diference dotykových rychlostí před střetem „**ΔvB**“ - deformační energií „**Edef**“, „**Edef ↔ ΔvB**“. Předmětnou možnost nahrazení lze z hlediska určenosti úlohy realizovat pouze pro ráz bez skluzu, protože obecně nelze nahradit vektor skalárem, viz závěr kap. III. 2.0. Tento typ nahrazení je sice velmi praktický, ale byl poprvé publikován již v roce 1982, viz obr. 3 v kap. „C“. V (simulačních) programech lze příslušný typ nahrazení reálně provést, viz vztahy (112, 114) a věta č. 19.

Významné závěry byly shrnuty ve formě dalších výrokových vět č. 17, 18, 20, 21 a 22 kapitoly III. a nebudou již na tomto místě duplicitně uváděny.

V kap. III. 8.0 a III. 9.0 habilitant podrobně a velmi otevřeně uvádí své mínění k možnostem a limitům případné implementace habilitantova řešení problému III. do (simulačních) programů pro rekonstrukci dopravních nehod.

Problém III. byl v této habilitační práci kompletně vyřešen a jeho řešení bylo důsledně verifikováno. Nad rámec obsahu řešení problému III. se vytyčuje dovození velmi zajímavé a dosud nepublikované možnosti rozdělení deformační energie „**Edef**“ na složky „**Edg**“ a „**Edr**“, což má nepochybně samostatný fyzikální význam.

# IV. Problém: Modelování střetu vozidel s porušením struktury

*Cílem řešení problému IV. je objasnit případy střetu vozidel s porušením struktury deformační zóny jednoho z vozidel v oboru matematického modelování daného jevu s využitím tzv. „záporného“ koeficientu restituce („-k“). Dále bude zkoumána možnost nalezení téhož řešení s kladným koeficientem restituce („k“) a k němu příslušnou sadou hodnot dotykových veličin („μ, n“).*

***Summary:*** This paper presents an interesting example of car crash. It will be shown that there are many quite different sets of crash parameters (**k, μ, n**) which lead to the same solution of the crash *(the vector of the impuls).* The physical interpretation of the diferencies is discused. In the particular example the value of friction mi can reach very high values (approx. „**μ = 4,0**“ !!).

## IV. 1.0. Motivace k vyřešení problému IV.

Problematikou možností aplikace tzv. „záporného koeficientu restituce“ pro případ tzv. „průrazu“ deformační zóny jednoho z vozidel se již zabývali autoři Kasanický, Kohút, Lukášik v publikacích [9], [12], viz shrnutí závěrů jejich výzkumu v kap. „C“.

Při rázovém řešení střetu vozidel je nesnadné odhadnout jak nastavit rovinu rázu „**Phi**“ *(Phi ⊥ n, kde „n“ je normála dotyku)* a jakých hodnot může dosáhnout tření v bodu dotyku „**μ**“. Charakter řešení problému IV. již nemá jen ryze teoretický obsah, a proto tento bude po rozvaze pojednán na pozadí případu z praxe. Na reálné vnější projevy takovéhoto specifického typu střetu *(vektory hybností vozidel po střetu, vektor impulzu rázové síly a typ rázu - se skluzem a bez skluzu)* již nelze usuzovat jen teoreticky, je třeba odezvu určité kolize takovéhoto typu „odečíst“ z reálné nehodové situace. Nikdo totiž není schopen přesně popsat, jak, kdy, kam a proč se struktura „plechů“ v deformační oblasti vozidla poruší

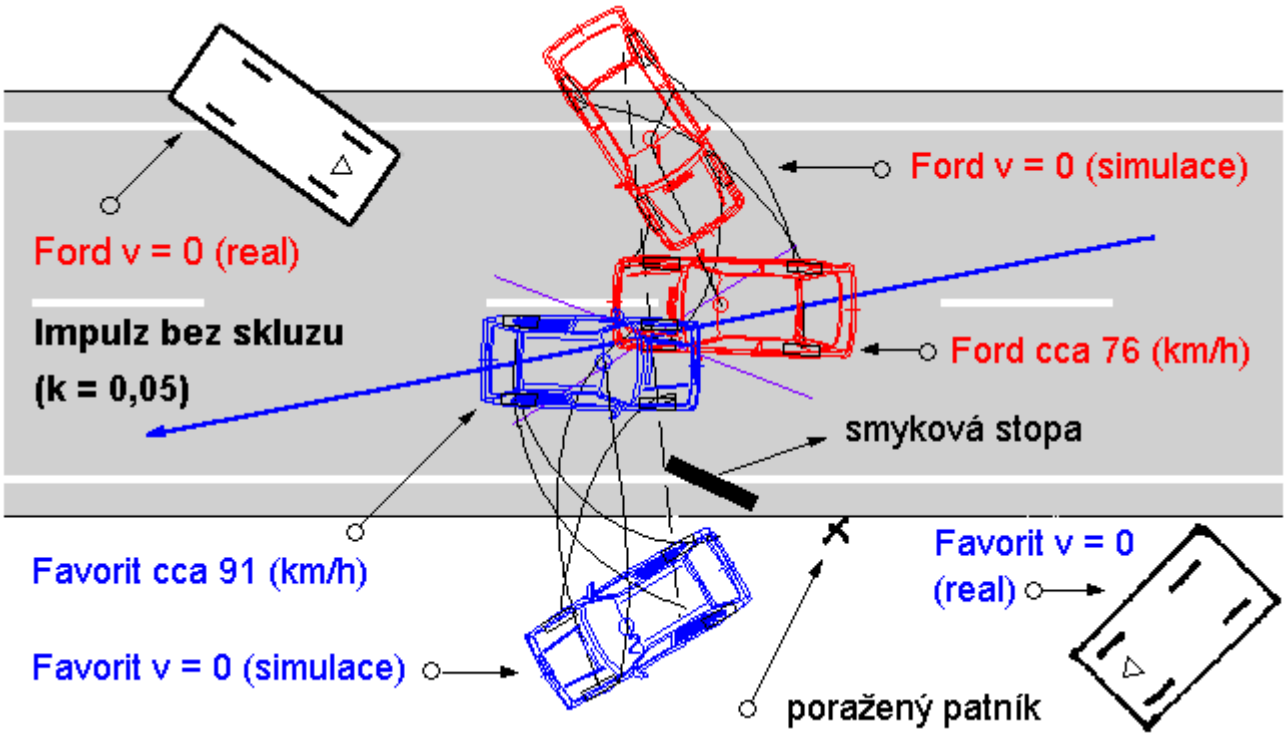
resp. zbortí a jaký vznikne impulzní projev tohoto složitého procesu, který se nám jako (jediný) exaktně analyzovatelný důsledek „zborcení“ struktury projeví až ve formě změny pohybového stavu vozidel po střetu.

Autor této práce se v praxi setkal se zajímavým případem řešení střetu vozidel, kdy na jednom z kolizních vozidel došlo k porušení jeho struktury, tedy tzv. „průrazu“ deformační zóny. Uvedený případ z praxe je poměrně specifický a ukazuje, že běžně uvažovaná (odbornou literaturou doporučená) mezní hodnota tření v bodu dotyku **„$\mu$ = 1,5**“ nemusí být vždy nepřekonatelnou hodnotou této veličiny. Tato práce není jen diskuzí nad mezní hodnotou tření „$\mu$“, ale také fyzikálně poukazuje na skryté souvislosti mezi rázovými veličinami (**k, $\mu$, n**). Bude prakticky i analyticky demonstrováno, jak lze se stejným výsledkem vyřešit ráz vozidel s různými sadami rázových veličin ($\mathbf{k_1, \mu_1, n_1 \leftrightarrow k_2, \mu_2, n_2}$) a jak výrazně odlišné sady rázových vstupních veličin fyzikálně interpretovat.

## IV. 2.0. Stručně k základním znakům případu z praxe

- Dopravní situace: nedokončené předjíždění, přičemž následně došlo ke střetu protijedoucích vozidel Š Favorit a Ford
- přibližně tzv. „čelní“ střet vozidel s překrytím čelních profilů vozidel *(tzv. „offset“)* kolem **50 - 55 cm**, *(kontakt levých rohů vozidel v šířce cca 50 cm)*
- smrtelná a těžká zranění osob ve vozidlech, hodnoty EES obou osobních vozidel jsou **vyšší než 60 km/h**
- velmi špatná viditelnost *(sněžení, silný vítr, noc)*, oba řidiči si kritickou situaci uvědomili až krátce před střetem, neměli tedy dostatek času pro podstatné snížení výchozí rychlosti jízdy
- u méně tuhého vozidla *(Š Favorit)* došlo k porušení struktury deformační oblasti *(utržení levého předního kola, pokračující destrukce deformační oblasti až po levé zadní dveře vozidla),* s určitostí se tedy nejednalo o typické „zaháknutí“ protijedoucích vozidel levými rohy, což by pak odpovídalo rázu bez skluzu

- konečné polohy vozidel se od sebe navzájem nacházejí poměrně daleko (**cca 19 metrů**), což neodpovídá při daném překrytí čelních profilů vozidel a kladném koeficientu restituce „**k**“ rázu bez skluzu, viz obr. IV/1
- vozidla zjevně neměla společnou *(přibližně shodnou)* rychlost v bodu dotyku po střetu, tedy při daném překrytí čelních profilů vozidel nemohlo dojít k ukončení tzv. kompresní fáze deformace
- jakákoli kombinace podstatných vstupních údajů v obvyklých mezích technicky přijatelných hodnot nevedla ani přibližně k pohybu vozidel do konečných poloh, a to jednoznačně v důsledku provedení nekorektního řešení střetu vozidel *(využití metody „pokus - omyl“ pro ráz se skluzem i ráz bez skluzu)*
- v rámci optimalizace řešení rázu se skluzem byl parciálně z hlediska nastavení dotykových podmínek uvažován interval technicky přijatelných hodnot takto: koeficient restituce „**k = 0 - 0,15**“, tření v bodu dotyku „**μ = 0 - 1,5**“ a libovolné nastavení normály dotyku „**n = 0 - 180**°“.



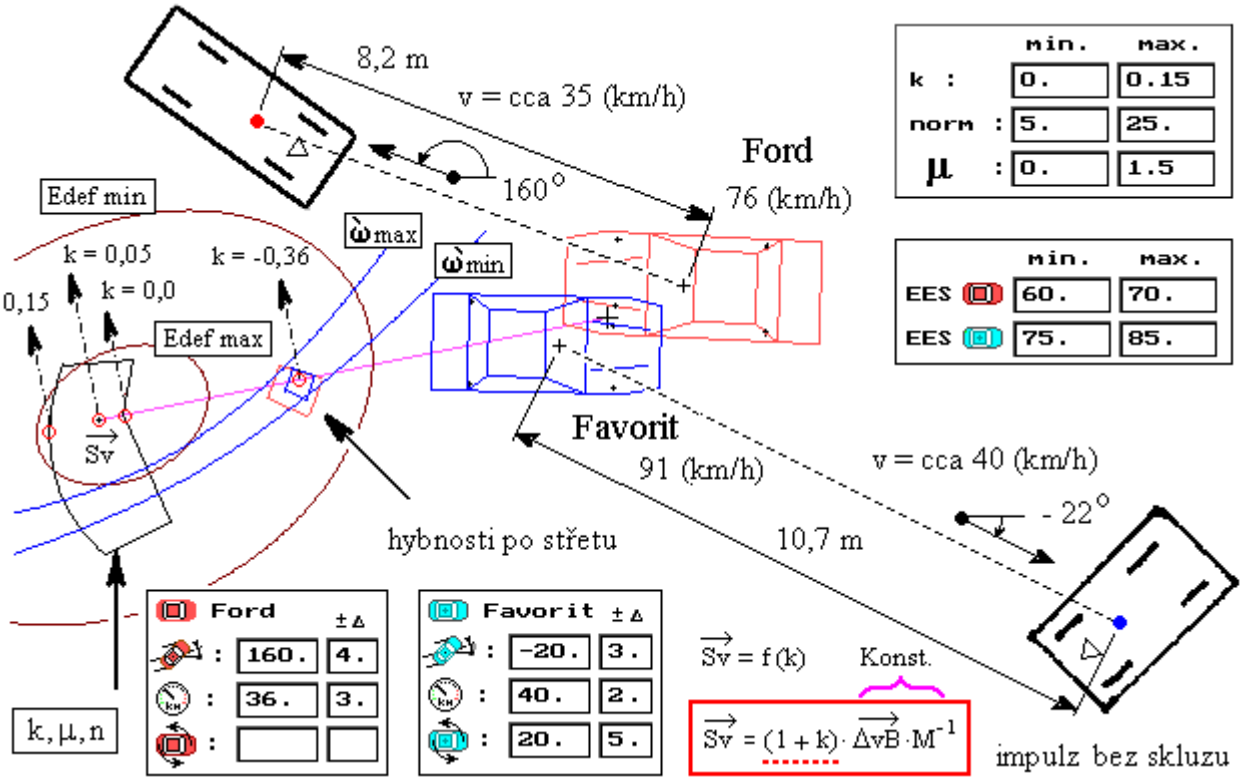

*Obr. IV/1 Uspořádání stop, nelze běžným způsobem nalézt správné řešení střetu*

*Citát, trefně vystihující neúspěšné řešitelské pokusy v „celém spektru možností“:*
***Každé skutečné dobrodružství vzniká nárazem fantazie na skutečnost (Karel Čapek).***

## IV. 3.0. Řešení střetu vozidel - program Impulz Expert 1.1

### IV. 3.1. Řešení střetu vozidel pro ráz bez skluzu - porušení struktury

Program Impulz Expert 1.1 *(dále jen IE),* [26], umožňuje graficky znázornit množinu zadaných nezávislých podmínek, které má řešený střet splňovat. Jednotlivých skupinám zadaných podmínek *(hybnosti, dotyk, energie, rotace)* odpovídají na ploše „impulzu“ matematické plochy a křivky, viz podrobně kap. II. 4.0. Do programu IE byly zadány v mezích technicky přijatelných hodnot všechny vstupní hodnoty (resp. podmínky), které bylo možno odhadnout či přibližně vypočítat pro řešení střetu vozidel Š Favorit - Ford, viz kap. IV. 2.0. Po provedení optimalizace hodnot vstupních veličin *(zejména vektoru pohybu vozidel před střetem)* byla s podporou programu IE velmi efektivně nalezena technicky přijatelná množina řešení resp. přijatelná množina poloh vektoru impulzu rázové síly. Příslušná graficko-početní interpretace řešení střetu vozidel Š Favorit - Ford je znázorněna na obr. IV/2. Podařilo se nalézt průnik ploch hybností, deformační energie a úhlové rychlosti vozidla Favorit po střetu *(dále jen ostatní plochy).*




*Obr. IV/2 Obraz řešení střetu v programu IE - ráz bez skluzu (porušení struktury)*

Problém je v tom, že plocha odpovídající dotykovému řešení „**k, μ, n**“ se nachází zcela mimo průnik ostatních ploch *(hybnosti a rotace po střetu, energie)*. Proto také principiálně nebylo možno metodou „pokus - omyl“ nalézt takovou kombinaci hodnot dotykových veličin „**k, μ, n**“ *(v intervalu běžně uvažovaném resp. doporučeném)*, která by vedla k souladu provedené simulace s reálnými stopami v místě dopravní nehody, viz kap. IV 2.0. Poloha průniku ostatních ploch na ploše impulzu má však zajímavou polohu, průnik ostatních ploch se totiž nachází prakticky ve směru impulzu bez skluzu. Impulz bez skluzu při běžně uvažovaném koeficientu restituce **k = 0,0 - 0,15** je však o **cca 40 % větší**, než je nutné pro dosažení souladu množiny poloh impulzu bez skluzu s průnikem ostatních ploch, viz obr. IV/2. Směr impulzu bez skluzu je dán, přičemž velikost impulzu bez skluzu je možno skalárně a přitom lineárně změnit pomocí hodnoty koeficientu restituce, viz vztah v obr. IV/2. Velikost impulzu bez skluzu lze snížit

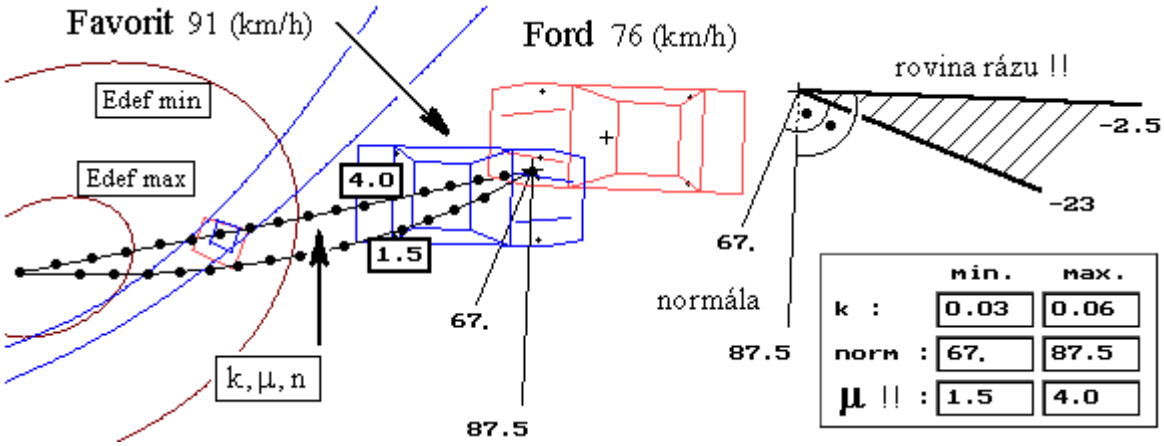
až k nulovým hodnotám „**Sv = 0**“, pokud dosadíme do uvedeného vztahu koeficient restituce „**k = -1**“.

***Poznámka**: Impulz bez skluzu s koeficientem restituce (k = -1) odpovídá situaci, kdy vozidlo například projede tenkým papírovým plakátem: dokonalý „průraz“ resp. „virtuální“ průnik - nulové rázové síly.*

V případě střetu vozidel Š Favorit - Ford však potřebujeme *(narozdíl od extrémního příkladu uvedeného v poznámce výše)* využít určitý „nenulový“ impulz bez skluzu, jehož nominální velikost *(vůči k běžnému nastavení „**k = 0 - 0,15**“)* bude redukována pomocí záporného koeficientu restituce ***„k“***, viz např. uspořádání vztahu (17 - a). V programu IE byla hledaná redukovaná hodnota koeficientu restituce pro impulz bez skluzu snadno vypočítána takto: „**k = - 0,36“.** Jinými slovy, aby se tedy i plocha odpovídající dotykovému řešení „**k, μ, n**“ přesunula přibližně do oblasti průniku ostatních ploch, bylo třeba v programu IE nastavit zápornou hodnotu koeficientu restituce právě takto, tedy „**k = - 0,36“**.

## IV. 3.2. Řešení střetu vozidel pro ráz se skluzem

Dále byla s pomocí programu IE zkoumána možnost, zda lze nalézt řešení střetu vozidel, které by odpovídalo rázu se skluzem. Překrytí ostatních ploch bylo s výhodou zachováno, pouze bylo zkoumáno jakých hodnot vlastně dotykové veličiny (**k, μ, n**) musí nabývat, aby i při řešení rázu se skluzem došlo k průniku všech ploch.

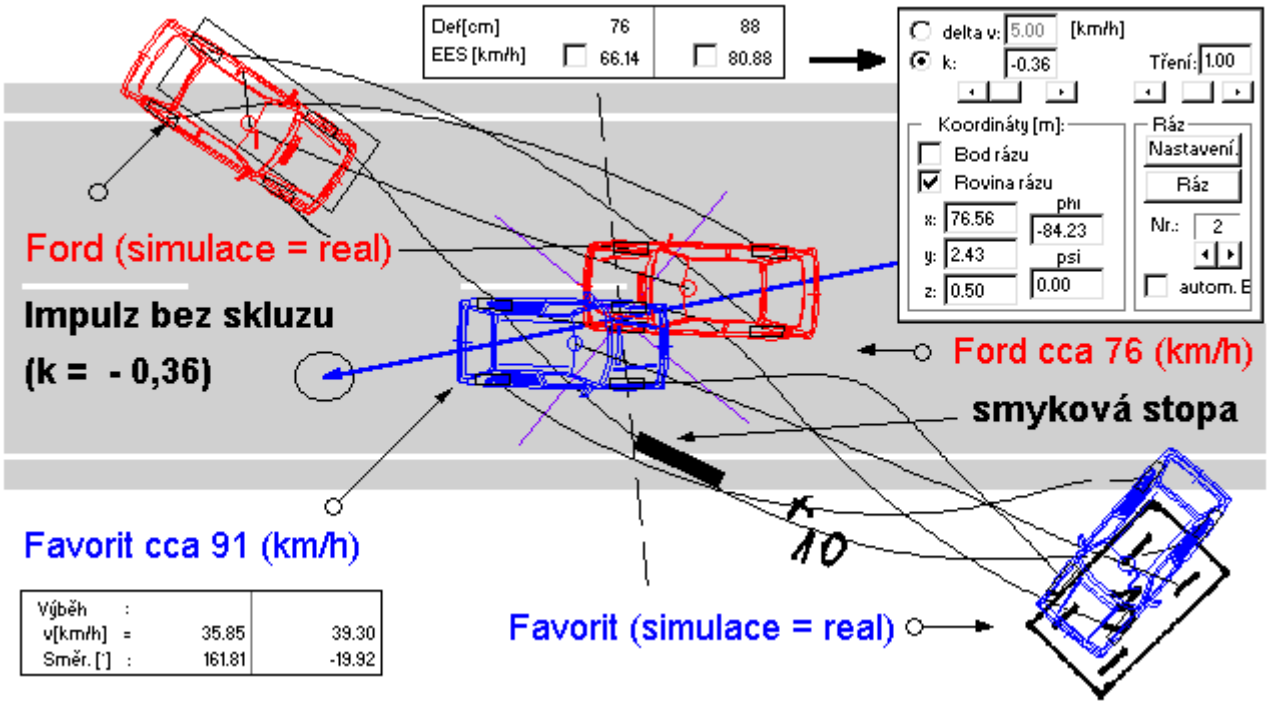



*Obr. IV/3 Nalezení hodnot dotykových veličin pro dosažení průniku (překrytí) plochy dotyku s ostatními plochami, program IE - ráz se skluzem*

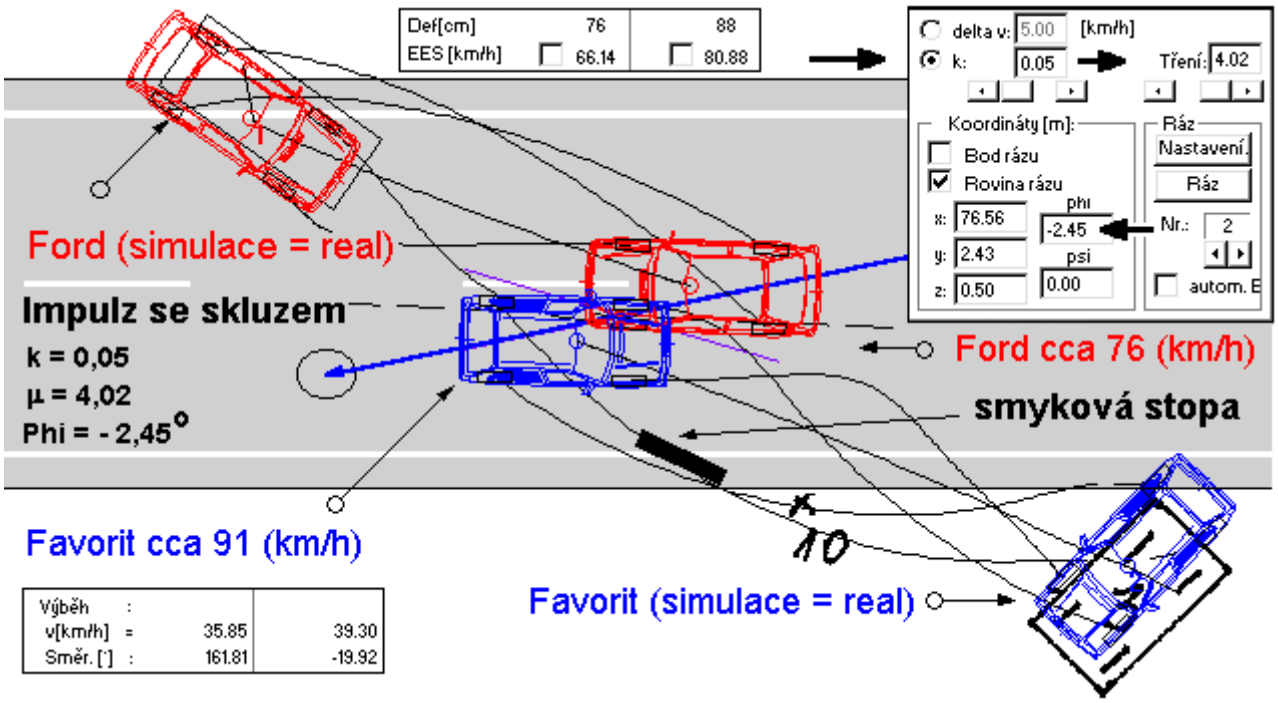
Podařilo se nalézt takové hodnoty dotykových veličin, které zabezpečily překrytí všech ploch. Zajímavé je, že musíme poměrně nezvykle nastavit rovinu dotyku prakticky do směru *(diference dotykových)* rychlostí vozidel ***(cca -2,5 stupňů)***, viz obr. IV/3. Tření v bodu dotyku je třeba také nastavit na velmi vysokou hodnotu, **cca μ = 4,0** !!

## IV. 4.0. Ověření obou vypočítaných řešení v programu PC-Crash 6.2

Verifikace obou typů nalezených řešení střetu vozidel Š Favorit - Ford, viz kap. IV. 3.1, IV. 3.2, byla provedena pomocí programu PC-Crash 6.2, [25]. Do programu PC-Crash 6.2 byly v rámci dvou samostatných souborů (*oddělených úloh)* dosazeny vstupní hodnoty vypočítané programem IE. Takto budou prověřena obě vypočítaná řešení. Do místa, kde se nachází na obr. IV/4 vektor impulzu bez skluzu pro koeficient restituce „**k = -0,36“,** byl zakreslen pomocný kroužek. Z obr. IV/5 je zřejmé, že pomocí zcela jiné sady dotykových veličin bylo dosaženo při rázu se skluzem identického impulzu rázové síly jako při řešení rázu bez skluzu *(s porušení struktury)*, srovnej obr. IV/4 s obr. IV/5.




*Obr. IV/4 Pohled na řešení střetu (a simulace pohybu), ráz bez skluzu (k = -0,36)*



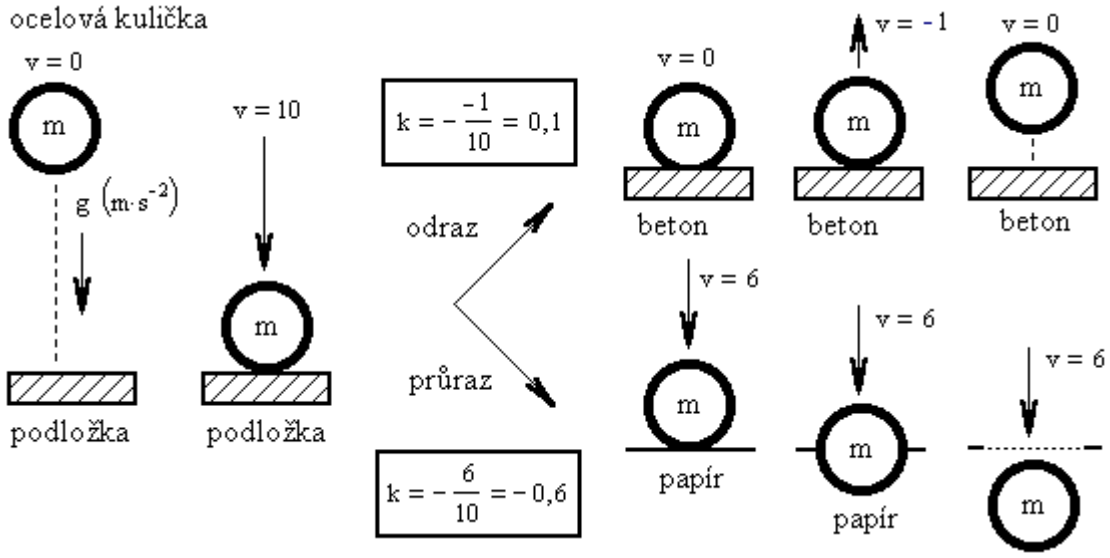

*Obr. IV/5 Pohled na řešení střetu (a simulace pohybu), ráz se skluzem*

Vozidla se tedy v obou případech po střetu pohybují nejen zcela stejně, ale také správně. V programu PC-Crash 6.2 vypočítané hodnoty EES velmi dobře korespondují s hodnotami EES zadanými do programu IE, viz srovnání údajů v obr. IV/2, IV/4, IV/5. Pro ráz se skluzem lze v programu IE snadno nalézt i jiné kombinace dotykových veličin, které vedou k identickému řešení střetu vozidel *(resp. shodnému impulzu rázové síly)* a tedy i následnému shodnému pohybu vozidel po střetu *(např. **„k, μ, Phi“… „0.0, 4.0, -2.53“** či **„0.25, 4.26, -1.88“** atd.).*

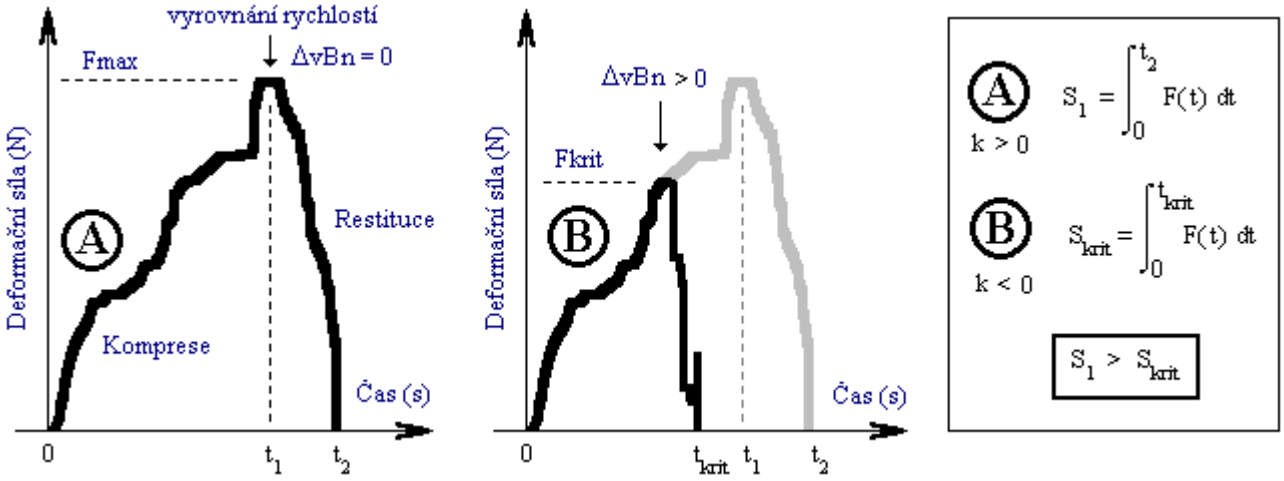
## IV. 5.0. Fyzikální interpretace obou typů vzniklých řešení

### IV. 5.1. Interpretace řešení se záporným koeficientem restituce

Řešení rázu se záporným koeficientem restituce „**k = - 0,36“** vyjadřuje okolnost, že došlo k porušení struktury alespoň v jedné z deformačních zón vozidel, viz obr. IV/6. Hodnota záporného koeficientu restituce určuje, jaká část nominálního impulzu rázové síly *(s běžným - kladným koeficientem restituce)* byla v deformační zóně realizována [9], [12], než došlo k průrazu deformačních zón jednoho z vozidel, viz obr. IV/6, IV/7. Při stále se zvyšujících deformačních silách totiž vzniknul mezní stav, kdy nebyla standardně ukončena kompresní fáze deformace a nedošlo tedy na jejím konci ve směru normály „**n**“ k vyrovnání dotykových rychlostí deformačních oblastí vozidel „$\Delta vBn \neq 0$“, viz obr. IV/7.




*Obr. IV/6 Základní modelové příklady pro odraz a „průraz“ (porušení struktury)*




*Obr. IV/7 Vztah kritické deformační tuhosti a vyrovnání dotykových rychlostí*

***Věta č. 23: Pokud dojde k porušení struktury deformační oblasti jednoho z vozidel - tedy nedojde k vyrovnání dotykových rychlostí ve směru normály dotyku na konci kompresní fáze deformace, potom je při řešení rázu bez skluzu nezbytné využít zápornou hodnotu koeficientu restituce „- k“.***

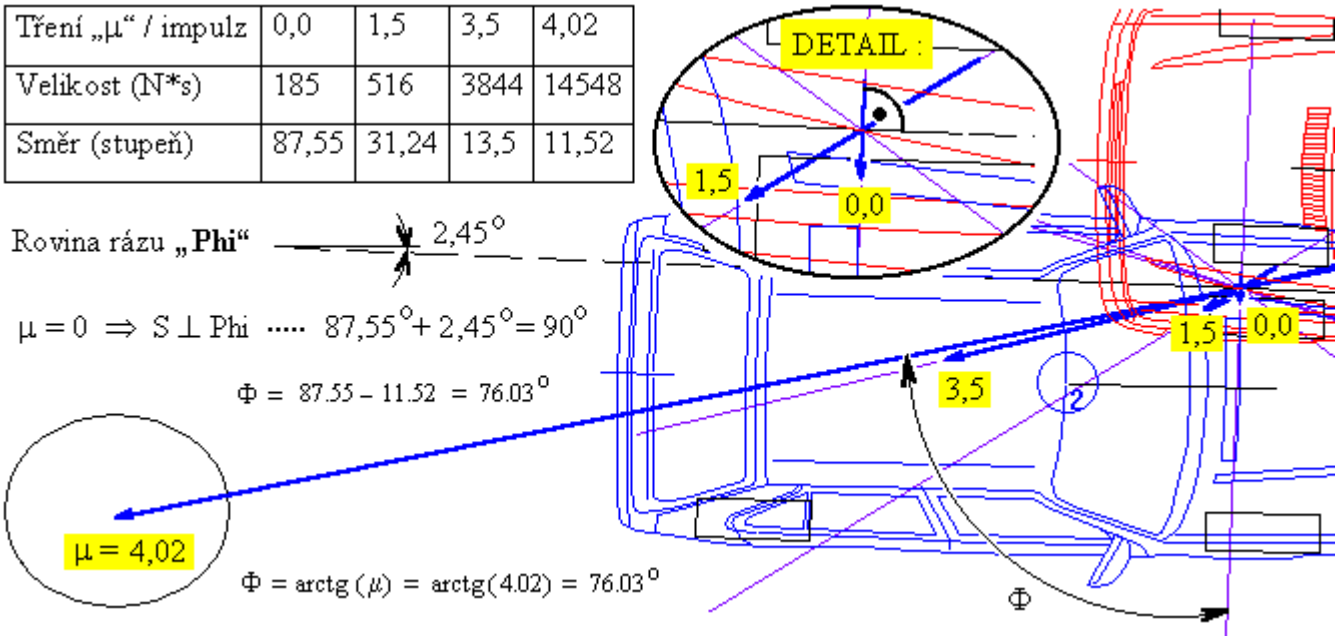
***Věta č. 24: Hodnota záporného koeficientu restituce vyjadřuje míru přenosu rázových sil vůči rázových silám, které by vznikly, pokud by standardně proběhla kompresní i restituční fáze deformace … k ∈ ( -1, 0 ).***

IV. 5.2. Interpretace řešení rázu se skluzem

Tření v bodu dotyku není pouhým smykovým třením, ale obecně vyjadřuje vztah mezi tečnou a normálnou složkou rázových sil …. $\mu = tg\ (Ft / Fn)$. Na bázi klasického způsobu definice tření „$\mu$“ však i tak můžeme vyjádřit velmi složité jevy, které probíhají v deformační oblasti vozidel *(tvarový kontakt částí vozidel s různou tuhostí, skluz, deformace a porušování struktury jednotlivých prvků či celých konstrukčních celků …).* **Velké tečné deformační síly proto mohou vzniknout i při zanedbatelném „normálném přítlaku“ vozidel,** viz obr. IV/8.

***Poznámka - analogie:*** *Díky tvarovému typu kontaktu mohou ozubená kola přenášet v tangenciálním směru značné síly, aniž by tato bylo potřeba v radiálním směru (vůči sobě do záběru) markantně přitlačovat. Pokud bychom u ozubených kol vyjádřili vztah mezi tečnou a normálnou složkou působících sil pomocí koeficientu tření v bodu dotyku „$\mu$“, nebude jeho hodnota nijak limitována velikostí hodnoty tzv. smykového tření, jako je tomu například v případě řemenových převodů. Proto může koeficient tření v bodu dotyku „$\mu$“ ozubených kol dosahovat obrovských hodnot, např. „$\mu = 1000$" (až do vzniku destrukce …). Při střetech vozidel s porušením struktury se minimálně dílem jedná o tvarový kontakt dvou struktur (jako u ozubených kol), a proto pro takový nezvyklý typ střetu není v žádném případě pro velikost veličiny „$\mu$“ limitní nějaká její běžná či doporučená hodnota vztažená k prostému smykovému tření. Také u běžných rázů se skluzem hodnota koeficientu tření v bodu dotyku „$\mu$“ má jen velmi málo společného s prostým koeficientem smykového tření.*

Tímto způsobem lze fyzikálně vysvětlit užité nastavení roviny dotyku (rázu) „***Phi = - 2,45°***“ a nezvykle vysoko nastavenou hodnotu veličiny - tření v bodu dotyku „***μ = 4,02***“, *(Phi ⊥ n, kde „n“ je normála dotyku).* V případě řešení kolize vozidel Š Favorit - Ford pomocí rázu se skluzem byla rovina rázu „**Phi**“ natočena poměrně blízko směru diference dotykových rychlostí vozidel před rázem „**ΔvB“ -** tedy prakticky téměř kolmo vůči nastavení roviny rázu „**Phi**“ při řešení se záporným koeficientem restituce „-**k**“. V případě řešení rázu se skluzem tedy musí být složka (dominantních) podélně orientovaných dotykových rychlostí vozidel v dostatečné *(odpovídající, potřebné)* míře „zadržena“ zejména pomocí vysokého tření „**μ**“. V příčném směru je složka dotykových rychlostí před rázem minimální, a proto také je impulz při nulovém tření v bodu dotyku „**μ**“ velmi malý a principiálně kolmý na rovinu rázu „***μ = 0 ⇒ S ⊥ Phi, S // n***“. Zvyšováním hodnoty tření v bodu dotyku „**μ**“ impulz rázové síly nejen významně zvětšuje svou velikost, ale natáčí se i více do potřebného směru - směru roviny rázu „**Phi**“, viz obr. IV/8.




*Obr. IV/8 Typ řešení rázu se skluzem, nastavení roviny rázu „Phi“ téměř do směru jízdy vozidel, markantní nárůst velikosti impulzu se vzrůstající hodnotou tření v bodu dotyku „μ“, a to zejména pro vysoké hodnoty „μ“*

Při kladné hodnotě koeficientu restituce „**k = 0,05“** je nyní rovina rázu „**Phi**“ z její definice rovinou „neproniknutelnosti“ pro deformační oblasti vozidel, viz obr. IV/8. Rovinou neproniknutelnosti však deformační zóny *(narozdíl od řešení rázu se skluzem)* s určitým silovým odporem paradoxně pronikají, což je však dáno pouze využitím záporného koeficientu restituce „**-k**“. S možností využití záporného koeficientu restituce „**-k**“ původní definice roviny rázu *(jako hranice „neproniknutelné oblasti“)* však „nepočítala“. Přesto je fyzikálně vše v naprostém pořádku, jde spíše o tzv. „slovíčka“.

Míru silového působení (zachycení, odporu) vozidel v případě řešení rázu se skluzem již není nutné vyjádřit pomocí záporného koeficientu restituce „**- k**“, ale pomocí vysokých hodnot tření v bodu dotyku „**μ**“.

***Věta č. 25: Pokud dojde k porušení struktury deformační oblasti jednoho z vozidel, potom vždy existuje řešení rázu se skluzem. Požadovaný impulz lze nalézt kombinací vhodného nastavení roviny rázu „Phi“ (Phi → ΔvB), kladného koeficientu restituce „k“ a velmi vysokého tření „μ“*** *(například „μ = 3 - 5“).*
*Při řešení rázu se skluzem tedy není současná aplikace vysokého tření „μ“ a záporného koeficientu restituce „-k“ principiálně nutná.*

***Věta č. 26: Pro jakýkoli ráz se skluzem existuje vždy nekonečně velká množina sad hodnot rázových veličin (k, μ, n), která vede k identickému impulzu.***
*Určitý daný vektor impulzu lze nastavit například těmito sadami hodnot rázových veličin* ***(k = 0.05, μ = 0.71, n = 62.5°*** *nebo* ***k = 0.1, μ = 0.82, n = 66.5°*** či také například ***k = 0.15, μ = 0.92, n = 69.6°*** atd.).

Pro extrémní přiblížení nastavení roviny rázu ke směru diference dotykových rychlostí ***(Phi → ΔvB, μ → ∞)*** se již Kudlich - Slibarův model řešení rázu nachází na hranici singulárních řešení a chová se z uživatelského pohledu velmi nestabilně.

## IV. 6.0. Shrnutí závěrů k řešení problému IV.

Obsahem řešení problému IV. bylo především objasnění střetu vozidel s porušením struktury se zaměřením na analýzu možnosti dosáhnout řešení pomocí záporného koeficientu restituce „**-k**“ či pomocí kladného koeficientu restituce „**+k**“ a k němu příslušné sadě hodnot dotykových veličin (**„μ, n“**).

Pro řešení problému IV. byla využita rešeršní studie, kde v kapitole C jsou převzaty z publikací [9], [12] podstatné závěry týmu autorů, který se zabýval identickým problémem.

Problém IV. byl řešen s využitím vhodného případu z praxe, kdy důvody pro toto rozhodnutí jsou podrobně vysvětleny v kap. IV. 1.0. Případ z praxe byl řešitelsky komplikovaný, kdy pomocí běžných hodnot dotykových veličin nebylo možno s podporou programu PC-Crash 6.2 nalézt ani přibližné řešení střetu vozidel Š Favorit - Ford, viz obr. IV/I v kap. IV. 2.0. Při řešení problému byla využita graficko-početní interpretace řešení střetu vozidel s podporou programu IE, [26], (kap. II. 4.0), viz kap. IV. 3.1 a IV. 3.2. Pro verifikaci obou dosažených možností řešení byl využit program PC-Crash, [25].

V kap. IV. 2.0. byly uvedeny základní znaky případu z praxe. V kap. IV. 3.1 je prezentováno řešení případu z praxe pro případ rázu bez skluzu a se záporným koeficientem restituce „**-k**“. V kap. IV. 3.2 je prezentováno řešení případu z praxe pro případ rázu se skluzem, s kladným koeficientem restituce „**+k**“ a poměrně extrémními hodnotami nastavení dalších dotykových veličin (**„μ, n“**).

V kap. IV. 4.0. byla provedena verifikace obou typů řešení z IV. 3.1 a IV. 3.2. pomocí programu PC-Crash 6.2. Obě nalezená řešení byla potvrzena jako správná.

V kap. IV. 5.0. byla pojednána problematika fyzikální interpretace obou typově rozdílných řešení, přičemž kap. IV. 5.1. se zabývá rázem bez skluzu se záporným koeficientem restituce a kap. IV. 5.2. podrobně pojednává řešení rázu se

skluzem, pro které je příznačné nastavení velmi neobvyklých hodnot dotykových veličin.

Podstatné závěry ohledně řešení problému IV. lze shrnout takto: Nedostatečná pevnost jednoho z vozidel zapříčinila vznik stavu, kdy nedošlo k ukončení kompresní fáze kontaktu vozidel, která je charakterizována vyrovnáním dotykových rychlostí deformačních oblastí vozidel ve směru normály dotyku „**n**“, viz vztah (15). Vzniknul tedy reálně menší impulz rázové síly, který nedosahoval velikosti odpovídající klasickému rázu bez skluzu s kladným koeficientem restituce. Pro zohlednění daných specifik s porušením struktury byly sledovány především dvě základní možnosti řešení střetu - ráz bez skluzu („-k“) a ráz se skluzem. V obou případech byly zkoumány možnosti, jak pomocí dotykových veličin nalézt správný směr a velikost impulzu. Oba uvedené postupy, viz kap. IV 3.1., IV 3.2., autor této práce považuje za korektní a fyzikálně odůvodnitelné.

Při rázu bez skluzu je směr impulzu jednoznačně dán a nelze tedy zřejmě jakýkoli případ s porušením struktury deformačních zón jednoho z vozidel vyřešit jako ráz bez skluzu se záporným koeficientem restituce „**-k**“. Naopak, řešení pomocí rázu se skluzem je univerzální a umožňuje dosáhnout nejen požadovanou velikost impulzu, ale také jeho směr, viz obr. IV/8.

Příklad z praxe ukazuje fyzikální oprávněnost nastavení nezvykle vysokého tření „**μ**“ v bodu dotyku, respektive využití záporného koeficientu restituce „**-k**“, v případě porušení struktury jednoho z vozidel. U běžných střetů vozidel však nelze nekriticky použít uvedené závěry a postupy.

Nalezení řešení kolize dopravních prostředků s porušením struktury však vůbec není snadné, a to zejména v případě, kdy se řešitel rozhodne zvolit systém řešení s kladným koeficientem restituce a velmi vysokou hodnotou tření „**μ**“. Řešitel by měl být v daném případě vybaven určitou erudicí, zkušeností, enthuziasmem, trpělivostí a také programy. Volba přístupu k řešení určité úlohy je tedy v praxi do značné míry determinována i osobními vlastnostmi řešitele. Tento často volí jím tzv. „zaužívaný“ přístup, i když by pro charakter řešení určité úlohy bylo případně vhodnější využít jiné metody či jiné programy. Může se alespoň

dílem jednat o záležitost určité „pohodlnosti“ řešitele, jeho omezených schopností, nechuti se učit nové věci či nechuti udržovat si příslušný řešitelský nadhled a tím také tzv. „širší arzenál metod“. Na straně druhé lze snadno pochopit, že pro běžného analytika dopravních nehod není příliš schůdné, aby ročně platil například několik tisíců EUR za tzv. „upgrady“ několika typů programů navštěvoval ročně třeba 5 - 8 seminářů k obsluze několika typů programů v tuzemsku i v zahraničí.

Na adrese http://www.rabek.xf.cz se ve složce „**Beispiel**“ nachází zkoumaný případ, zpracovaný s využitím programů IE a PC-Crash 6.2. Příklad je ve stavu, kdy postačuje editovat vstupní údaje dle numerických údajů uvedených v obr. IV/2, IV/3, IV/4, IV/5.

V případě řešení rázu **se skluzem** fyzikálně ani logicky nic nebrání tomu, abychom využili i **záporný koeficient restituce „- k“**, jak uvádí literatura [9], [12] v kap. „C“. Provedení dané kombinace však určitě není nezbytné, protože pokud se tzv. „průnik ostatních ploch“, viz kap. IV. 3.1., nachází kdekoli v elipse skluzu *(klasická konstrukce pro „**k ≥ 0**“)*, pak můžeme pomocí dotykových veličin „**μ, n**“ obsáhnout libovolný bod uvnitř této elipsy skluzu, a to s kladným koeficientem restituce „+**k**“, viz obr. II/2 a věta č. 25. Pro libovolný bod elipsy skluzu lze nalézt hodnoty hledaných veličin „**μ, n**“ pomocí jednoduché grafické konstrukce *(přímo i v programu PC-Crash)*, **není tedy vůbec zapotřebí hodnoty těchto veličin stanovit metodou „pokus - omyl“**, viz podrobně kap. II. 3.2.1.1. a II. 3.2.1.2. Habilitant až na výše uvedené v tomto odstavci souhlasí se všemi závěry autorů, kteří se zabývali identickým problémem, [9], [12]. Lze však ještě pochybovat o tom, že nalezení správného řešení napomohou kontrolní hodnoty výpočtu, které mají být v technicky přijatelném rozpětí. Habilitant má jednak výhrady ke smysluplnosti naprosté většiny tzv. „kontrolních hodnot výpočtů střetu vozidel“ obecně a navíc se v případech střetů s porušením struktury jedná o případy značně neobvyklé. Proto je velmi **sporné, zda lze vůbec uvažovat o kontrole řešení značně anomálních případů střetů na bázi doporučených kontrolních ukazatelů příslušejících střetům „neanomálním“, tedy běžným**. Pokud je však v posledním odstavci [9] kontrolní hodnotou výpočtu míněna zejména hodnota

veličiny „**Edef**“, potom lze s daným výrokem určitě souhlasit. Na straně druhé, hodnota veličiny „**Edef**“ bude nabývat identických hodnot jak pro řešení se záporným koeficientem restituce tak i pro řešení rázu se skluzem, neboť vektor impulzu je v obou případech stejný, srovnej např. obr. IV/4 a obr. IV/5 v kap. IV. 4.0. Lze však určitě souhlasit s tím, že pro zjištění správného směru a polohy vektoru rázové síly je třeba důsledně využít i kontrolní veličinu „**Edef**“. Pak je již nepodstatné, kterým z popsaných způsobů se řešitel rozhodne „polohovat“ impulz rázové síly do „onoho správného místa“.

Významné závěry byly, vyjma již uvedeného odkazu na větu č. 25, shrnuty ve formě dalších výrokových vět č. 23, 24 a 26 kapitoly IV. a nebudou již na tomto místě duplicitně uváděny.

Problém IV. byl v této habilitační práci vyřešen a jeho řešení bylo verifikováno. Habilitant v této kapitole výše také podrobně vyjádřil k závěrům prací [9], [12] jejichž autoři řešili identický problém.

# F - Závěr

Habilitační práce pojednává dosud nepublikovaným způsobem problematiku vzniku vícečetných řešení v analýze rázu vozidel. V kap. „A“ byla provedena rozvaha k výběru čtyř problémů I.-IV. a v kap. „B“ byly tyto problémy definovány. V kap. „C“ byla provedena rešerše odborné literatury způsobem, z kterého vyplývá evoluce myšlenek a metodických postupů s uvedením jejich výhod a omezení. Zhruba od roku 1990 začalo docházet k markantnímu rozšíření výpočetní techniky a PC programů, což silně ovlivnilo i analytické postupy při řešení střetu vozidel.

Habilitační práce vyřešila všechny vytčené problémy I., II., III. a IV., kdy byla provedena transparentní verifikace jejich řešení s podporou programů pro rekonstrukci dopravních nehod CARAT 2.0, PC-Crash 6.2 a Impulz Expert 1.1, viz kap. I. 4.5.2., II. 3.2.1., II. 3.2.2., II. 3.2.3., II. 3.2.4., III. 5.0., III. 6.0., IV. 3.0., IV. 4.0. a IV. 5.2. Při verifikaci řešení byly využity i programy Mathcad 5.0+ a Excel 2003, viz kap. II. 3.2., III. 3.0., III. 5.0., III. 5.4., III. 7.0. a IV. 5.2.

V habilitační práci také byla provedena rozvaha nad problematikou možností implementace řešení předmětných čtyř problémů do praxe, viz kap. I. 4.4., I. 4.5.4., II. 4.0., II. 5.0., III. 8.0., III. 9.0., IV. 2.0., IV. 3.0. a IV. 4.0.

V kapitolách I. 5.0., II. 6.0., III. 10.0. a IV. 6.0. jsou shrnuty závěry k řešení jednotlivých problémů I. - IV. Na tomto místě lze víceméně duplicitně extrahovat tyto podstatné závěry k řešení jednotlivých problémů I. - IV.

**Problém I.:** Na základě rešerše odborné literatury a četných odvození bylo poukázáno na to, že podstatou zbytečných názorových diskrepancí v odborné veřejnosti ohledně kontrolního střetového ukazatele GEV je to, že existují jeho dvě vzájemně neslučitelné definice. V kap. I. 4.1. této práce bylo tedy nově zavedeno jejich označení $GEV_{AA}$ kontra $GEV_1$ a $GEV_2$, tak aby v této věci konečně nastal žádoucí řád. V Burgově pojetí je ukazatel $GEV_{AA}$ vlastností střetu vozidel a nikoli každého vozidla zvlášť, jako je tomu v pojetí prof. H. Steffana: $GEV_1$ a $GEV_2$. Znalci měli po mnoho let tendenci porovnávat vypočítané hodnoty dvou ukazatelů $GEV_1$ a $GEV_2$ se škálou doporučených hodnot, které však jsou slučitelné pouze

s definicí $GEV_{AA}$. Práce v kap. I. podrobně vysvětluje příčiny předmětného problému a jeho řešení, uvádí také příslušná odvození a vzájemný přepočet kontrolních ukazatelů GEV dle obou definic a konečně poukazuje na aplikační důsledky včetně příslušných „úskalí“. Prvním a v podstatě okamžitým praktickým dopadem již uveřejněné habilitantovy studie o vlastnostech ukazatele GEV bylo převzetí publikovaných vztahů (59, 61) do programu „Servisní balíček podpůrných výpočtů znalce (v 1.6)“ autora pana doc. I. Drahotského [5], viz kap. I. 5.0.

Limitní hodnota veličiny $GEV_{AA}$ nastává pro jakýkoli centrický ráz a je dána jednoduchým vztahem (85), který je multiplikační vzhledem k jediné vstupní veličině, a to koeficientu restituce „k“. Čím více se střetová konfigurace vzdaluje od případu ideálního centrického rázu - potom je ráz více a více náchylnější ke skluzu (statisticky) a k postřetovým rotacím vozidel (exaktně), které mají společně za následek snižování limitní hodnoty $GEV_{AA}$, a to od hodnoty dané vztahem (85). V případě centrického rázu tedy hodnota kontrolního ukazatele neukazuje řešiteli vůbec nic podstatného ve smyslu určité zpětnovazební kontroly kvality řešení střetu. Význam kontrolního střetového ukazatele GEV je v současnosti již i tak minimální, což je dáno značným rozšířením tzv. Kudlich - Slibarova modelu rázu.

**Problém II.:** Obsah řešení tohoto problému spočíval v sestavení komplexního matematického modelu řešení rázu vozidel včetně energetických a dotykových podmínek v intervalu technicky přijatelných hodnot vybraných vstupních veličin. Dále bylo třeba zjistit důležité zákonitosti a provést důslednou graficko-početní interpretaci řešení. Postupně bylo v tomto smyslu realizováno tzv. dotykové řešení (kap. II 3.2.1.), energetické řešení (kap. II 3.2.2.), řešení kontrolního ukazatele GEV (kap. II 3.2.3.) a řešení pohybové (kap. II 3.2.4.). Dále byly matematicky zjištěny a podrobně popsány důležité vlastnosti všech objektů, které byly následně graficky interpretovány. Zejména obsah kapitol II. 3.2.1.4. (dotyk v mezích), II. 3.2.3. (GEV) a II. 3.2.4.4.2., ($\omega` = f(s)$), představuje typ graficko-početního řešení střetu vozidel, který dosud nebyl publikován. Obsah problému II. je určitou nadstavbou ke známým a osvědčeným graficko-početním postupům při řešení střetu vozidel, viz podrobně kap. „C“. Zajímavé přitom je, že dotykové podmínky

v deformační oblasti vozidel jsou principiálními podmínkami tzv. Kudlich-Slibarova modelu řešení rázu, přičemž tento model v současné době zcela dominuje z hlediska četnosti jeho využití v praxi. V kap. II. 4.0. je stručně prezentován vlastní program Impulz Expert 1.1, [26], který byl primárně využit pro verifikaci řešení všech problémů I. - IV. této habilitační práce. Sekundární uplatnění nalezl tento program v několika evropských zemích, a to ve třech jazykových verzích.

**Problém III.:** Obsah řešení tohoto problému spočíval především v tom, zda lze na pozadí graficko-početního řešení rázu vozidel vyřešit možnost, aby se odhad hodnoty deformační energie „Edef“ mohl stát vstupní hodnotou, a to v rámci tzv. Kudlich - Slibarova modelu řešení rázu. Není snad soudního znalce z oboru doprava, který by si alespoň jednou v životě nepoložil tyto tři otázky: „Proč mi vlastně programy neumožňují využít hodnotu odhadu deformační energie „Edef“ jako vstupní veličinu? Proč mám pasivně využívat veličinu „Edef“ jen jako kontrolní ukazatel řešení střetu vozidel, když jsem zpravidla schopen hodnotu této veličiny fundovaným způsobem odhadnout? Spočívá problém „Edef“ jako potenciální vstupní veličiny v nepřekonatelných teoretických komplikacích ohledně interpretace vícečetných řešení střetu, anebo jsou důvody jiné?“ Řešení problému III. této habilitační práce poskytlo mimo jiné zcela pevný základ pro odpovědi na tyto časté otázky, viz kap. III. 8.0. a III. 9.0. Problém aplikace veličiny „Edef“ jako vstupní hodnoty byl v této práci sice vyřešen, limity případné implementace habilitantova řešení do algoritmů programů však spočívají spíše v něčem jiném. Bohužel ani hodnotu deformační energie „Edef“ nejsme schopni odhadnout natolik přesně, aby relativně nejrozumnější typ tzv. nahrazení „Edef $\leftrightarrow$ $\mu$“, viz kap. III. 5.0, přinesl nepochybné řešitelné výhody při optimalizaci praktických úloh, viz podrobně kap. III. 9.0. Vyřešení problému III. však přesto může mít význam pro tvůrce algoritmů programů, protože možnost zadání hodnoty známé resp. poměrně snadno odhadnutelné hodnoty energie absorbované v trvalých deformacích vozidel ve formě „$EES_1$ a $EES_2$“ je metodicky nepochybně příznivější, než zadávání vstupních dotykových veličin („n, $\mu$“). Řešitel často nemá

ani velmi hrubou představu o tom, jakých hodnot by tyto veličiny mohly nabývat pro aktuálně řešený ráz vozidel se skluzem. Podstatné je, že při řešení rázů bez skluzu problém vzniku vícečetných řešení střetu vozidel neexistuje, tedy tento typ úloh lze velmi snadno algoritmizovat, viz podrobně kap. III. 7.0., věta č. 19, vztah (122).

**Problém IV:** Obsahem řešení tohoto problému bylo především objasnění střetu vozidel s porušením struktury se zaměřením na analýzu možnosti dosáhnout řešení pomocí záporného koeficientu restituce „-k“ či pomocí kladného koeficientu restituce „+k“ a k němu příslušné sadě hodnot dotykových veličin („μ, n“). Jedná se o diskutovanou problematiku, na kterou existují různé názory. Problém IV. byl řešen s využitím vhodného a současně komplikovaného případu z praxe, kdy důvody pro toto rozhodnutí jsou podrobně vysvětleny v kap. IV. 1.0. Při využití běžných hodnot dotykových veličin nebylo možno s podporou programu PC-Crash 6.2, [30], nalézt ani přibližné řešení střetu vozidel Š Favorit - Ford. Při řešení problému byla úspěšně využita graficko-početní interpretace řešení střetu vozidel s podporou programu Impulz Expert 1.1. Pro verifikaci obou dosažených možností řešení byl využit program PC-Crash 6.2. Obě nalezená řešení byla potvrzena jako správná, byla odůvodněna jejich fyzikální interpretace a příslušná omezení. Prvním typem řešení střetu s porušením struktury je ráz bez skluzu se záporným koeficientem restituce a druhým typem řešení je ráz se skluzem, pro který je příznačné nastavení velmi neobvyklých hodnot dotykových veličin („n, μ“). Habilitant až na dvě drobné výjimky souhlasí se všemi závěry autorů, kteří se zabývali identickým problémem, [9], [12], viz podrobně kap. IV. 6.0.

Vyřešení problémů I. a IV. má přímé dopady do praxe a vyřešení problémů II. a III. najde spíše uplatnění při výzkumu v oboru, výuce a také při tvorbě algoritmů programů. Výsledky řešení problémů I.-IV. byly verifikovány s podporou několika programů. Byla provedena rozvaha nad možnostmi, které mohou limitovat uvedení nalezených řešení problémů do praxe. Řešení problémů I.-IV. již bylo habilitantem publikováno v tuzemsku i v zahraničí, s tím že publikace k řešení problémů I. a III. byly podrobeny recenzím prof. Dr. H. Burga a prof. Dr. H. Steffana.

## G - Použitá literatura


[1] BRADÁČ, A. a kol.: *Soudní inženýrství*, AKADEMICKÉ NAKLADATELSTVÍ CERM, Brno 1999, ISBN 80-7204-057-X

[2] BURG, H.: *Rekonstruktion von Pkw/Pkw-Unfällen, (Katalogblätter des EVU)*, Verlag Information Ambs GmbH, 1984, bez ISBN, *(zkratka KTL)*

[3] BURG, H., GNADLER, R.: CARAT *(**C**omputer **A**ided **R**econstruction of **A**ccidents in **T**raffic) - simulační program pro analýzu nehod, verze ® 2.0 © 1992*, Wiesbaden, Karlsruhe

[4] DEPPE, W.; KNEIFEL, J.: *WINKOL - program pro analýzu střetů vozidel, verze ® 2.0 © 1994*

[5] DRAHOTSKÝ, I.: *Servisní balíček podpůrných výpočtů znalce - program - pomůcka pro analýzu pohybu vozidla v průběhu nehodového děje, verze ® 1.6 © 2004*, doc. Ing. Ivo Drahotský, Ph.D.

[6] HUGEMANN, W., und autorenteam GbR: *Unfallrekonstruktion, Band 1, 2*, ISBN 3-00-019419-3, 1. Auflage 2007

[7] JANÍČEK, P.: *Systémová metodologie, brána do řešení problémů*, AKADEMICKÉ NAKLADATELSTVÍ CERM, Brno 2014, ISBN 978-80-7204-887-8

[8] KASANICKÝ, G.: *Použitie metódy EES*, časopis Znalectvo 1/95, Žilina 1995, ISSN 1335-1133, str. 57-59

[9] KASANICKÝ, G.; KOHÚT, P.; LUKÁŠIK, M.: *Impact dynamics theory for the analysis and simulation of collisions*, EDIS - Publishing house ŽU, Žilina 2004, ISBN 80-8070-312-4, s. 198-203, str. 204, str. 214-219

[10] KOHÚT, P.: *Výpočet centrálnej zrážky dvoch vozidiel a podmienenosť tohoto výpočtu*, Znalectvo 3-4/2005, ISSN 1335-1133, s. 37-45

[11] KUDLICH, H.: *Beitrag zur Mechanik des Kraftfahrzeug-Verkehrsunfalls; Thesis/Dissertation 1966*

[12] LUKÁŠIK, M.; KOHÚT, P.: *Model zrážky vozidiel - časť I. + II.: Koeficient reštitúcie - jeho záporná hodnota*, časopis Znalectvo 1-2, 3-4/1999, Žilina 1999, ISSN 1335-1133

[13] RÁBEK, V.: *Další praktické možnosti přístupu k řešení střetu dvou vozidel*, Soudní inženýrství 3-4/1998, ISSN 1211-443X, s. 84-96

[14] RÁBEK, V.: *Kontrolní rázové parametry při analýze dopravních nehod*, Soudní inženýrství 2-3/2014, ISSN 1211-443X, s. 127-135

[15] RÁBEK, V.: *O niektórych parametrach kontrolnych zderzenia w analizie wypadków drogowych*, Paragraf na drodze 3/2014, ISSN 1505-3520, (PL), s. 39-54

[16] RÁBEK, V.: *Problematika zpětného řešení střetu dvou vozidel s využitím systému DRHI + EES*, Soudní inženýrství 6-7/1998, ISSN 1211-443X, s. 184-190

[17] RÁBEK, V.; MANDÁK, L.: *Matematické modelování střetu vozidel - numerické řešení DRHI*, Soudní inženýrství 1/1998, ISSN 1211-443X, s. 3-10

[18] RÁBEK, V; ŠACHL, J. jr.: *Teoretický pohled na problematiku dopředného systému výpočtu střetu vozidel, I. a II. část*, Soudní inženýrství, 4/1999, 5/1999, ISSN 1211-443X, s. 209-229, s. 245-261

[19] RÁBEK, V.; ŠACHL, J. jr.: *Teoretický pohled na stavbu a vlastnosti střetového ukazatele GEV*, Znalec 1/2002, ISSN 1805-6881, s. 6-22

[20] RABEK, V.; SACHL, J. jr.: *Theoretische Auffassung von Aufbau und Eigenschaften der Stoßzahl GEV, Teil - I. + II. + III.*, Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik 6/2001, 9/2001, 11/2001 ISSN 0724-2050, (D), s. 177-181, s. 251-254, s. 304-310

[21] SCHIMMELPFENNING, K.-H.; BECKE, M.: *Ausnutzung der Symmetriebedingugnen beim Impuls-Diagramm zur engeren Eingrenzung der Kollisionsgeschwindigkeiten unter gleichzeitiger Berücksichtigung des*

*Drallsatzes,* Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik (VuF) 1980 - Heft 10, ISSN 0724-2050, str. 206-208

[22] SCHIMMELPFENNING, K.-H.; BECKE, M.: *Das + / - Problem des EES - Verfahrens,* VuF, 1995 - Heft 9, ISSN 0724-2050

[23] SCHIMMELPFENNING, K.-H.; HEBING, N.: *Das Energie-Ring-Verfahren, Grafische Lösung der Stoßgleichungen unter Einbeziehung der Formänderungsenergie,* VuF, 1982 - Heft 9, ISSN 0724-2050, str. 168-172

[24] SLIBAR, A.: *Das Antriebs-Balance Diagramm als optimales Hilfsmittel der Unfallanalyse,* VuF, 1973 - Heft 2, ISSN 0724-2050, str. 25-30

[25] STEFFAN, H.: *PC-Crash - simulační program pro analýzu nehod, verze ® 6.2 May © 2001*, Dr. Steffan Datentechnik, Linz, Austria 2001

[26] ŠACHL, J. jr.; RÁBEK, V.: *IMPULZ EXPERT - expertní program pro analýzu střetů vozidel, verze ® 1.1 © 2001*

[27] ŠACHL, J. jr.; RÁBEK, V.: *Zamyšlení nad řešením střetu dvou vozidel*, Soudní inženýrství 2/2002, ISSN 1211-443X, s. 88-98

[28] ŠACHL, J. sr. a kol.: *Analýza nehod v silničním provozu*, skriptum ČVUT v Praze, Fakulta dopravní, Praha 2010, ISBN 978-80-01-04638-8, s. 90-91

[29] ŠACHL, J. sr.: *Jednoznačnost výsledku analýzy dopravní nehody*, Znalec 4/1995, odborný časopis komory soudních znalců ČR, Praha 1995, ISSN 1805-6881

[30] VÉMOLA, A.: *Komplexní hodnocení podpory analýzy silničních nehod simulačním programem, Vědecké spisy VUT v Brně, Edice habilitační a inaugurační spisy, sv. 336, ISSN 1213-418X, Brno 2009*

[31] VUT V BRNĚ ÚSI: *ZNALECKÝ STANDARD č. III., IV., Technická analýza střetu vozidla s chodcem, Technická analýza nárazu vozidla na překážku*, Ministerstvo spravedlnosti, Praha 1991, 117 s

## Přílohy

## Přehled použitých veličin, substitucí, zkratek a dovozených závěrů

## P - 1. Přehled vybraných použitých veličin

| Veličina, symbol | Jednotka | Popis / základní a související matemat. vztahy | Kapitola 1. použití | Str. |
|---|---|---|---|---|
| **$r_1$, $r_2$** | (m) | Polohové vektory ramene rázu: bod rázu - těžiště, (2, 7) | I. 2.0. | 46 |
| **$m_1$, $m_2$** | (kg) | Hmotnosti vozidel 1, 2, (8, 14-a) | I. 2.0. | 46 |
| **$J_1$, $J_2$** | ($kg*m^2$) | Momenty setrvačnosti vozidel - k ose „z“, (7) | I. 2.0. | 46 |
| **M** | (1/kg) | Matice (charakter rozložení hmotnosti), (14 - a) | I. 2.0. | 47 |
| **A, B, C** | (1/kg) | Prvky matice „M“, (14 - x, 14 - y, 14 - xy) | I. 2.0. | 47 |
| **v** | (m/s) | Vektor rychlosti pohybu těžiště vozidla před střetem, (3) | I. 2.0. | 46 |
| **v‘** | (m/s) | Vektor rychlosti pohybu těžiště vozidla po střetu, (4, 8) | I. 2.0. | 46 |
| **vB** | (m/s) | Vektor rychl. dotyku v deform. oblasti před střetem, (1) | I. 2.0. | 46 |
| **vB‘** | (m/s) | Vektor rychlosti dotyku v deformační oblasti po střetu, (2) | I. 2.0. | 46 |
| **ΔvB** | (m/s) | Vektor diference dotyk. rychlostí před střetem, (subst 1) | I. 2.0. | 48 |
| **$M*S_1$** | (m/s) | Vektor dotykového účinku - změna dotyk. rychl., (13 - b) | I. 2.0. | 47 |
| **ga** | (m/s) | Vektor rychlosti skluzu v deformační oblasti, (16 - a, 107) | I. 2.0. | 48 |
| **ϕ** | (rad) | Třecí úhel $\phi = tg(\mu)$, (42, 101) | I. 3.2. | 53 |
| **Phi** | (rad) | Úhel nastavení tečny dotyku (resp. rázu) „t“, Phi // t | IV. 1.0. | 128 |
| **ω‘** | (rad/s) | Úhlová rychlost vozidla po střetu k ose „z“, (7) | I. 2.0. | 46 |
| **o** | (rad/m) | Modifikovaná úhlová rychlost před střetem - „z“, (128) | II. 3.2.4.4.2. | 95 |
| **o‘** | (rad/m) | Modifikovaná úhlová rychlost po střetu - k ose „z“, (129) | II. 3.2.4.4.2. | 95 |
| **p** | (kg*m/s) | Vektor hybnosti vozidla před střetem, (3, 22 a, b, c, d) | I. 2.0. | 46 |
| **p‘** | (kg*m/s) | Vektor hybnosti vozidla po střetu, (4, 22 a, b, c, d) | I. 2.0. | 46 |
| **$S_1$, $S_2$** | (N*s) | Vektory impulzu rázové síly působící na vozidla 1, 2, (6) | I. 2.0. | 46 |
| **$s_1$ (vektor)** | - | Jednotkový vektor impulzu rázové síly vůči 1, (subst 2) | I. 2.0. | 49 |
| **$S_{1\ (ga = 0)}$** | (N*s) | Vektor impulzu rázové síly - ráz bez skluzu, (17 - a) | I. 2.0. | 46 |
| **$S_{1\ (ga \neq 0)}$** | (N*s) | Vektor impulzu rázové síly - ráz se skluzem, (19 - c) | I. 2.0. | 48 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Sn** $_{(\mu = 0)}$ | (N*s) | Vektor impulzu rázové síly - ráz bez tření, (100, 152) | II. 3.2.1.1. | 77 |
| **Sv** $_{(ga=0,\ k > 0)}$ | (N*s) | Vektor imp. r.s. - pružnoplastický ráz bez skluzu, (112) | II. 3.2.2. | 85 |
| **Svp** $_{(ga,\ k = 0)}$ | (N*s) | Vektor impulzu ráz. síly - plastický ráz bez skluzu, (120) | II. 3.2.2. | 85 |
| **Edef** | (J) | Obecný vztah pro deformační energii - výpočet, (40, 111) | I. 3.2. | 53 |
| **Edef** $_{1,\ 2}$ | (J) | Deformační energie vozidel 1,2 - odhad, (46, 47, 54, 55) | I. 4.1. | 55 |
| **ΔEtrans** | (J) | Translační složka změny kinetické energie voz. 1, 2, (30) | I. 3.2. | 51 |
| **ΔErot** | (J) | Rotační složka změny kinetické energie vozidel 1, 2, (38) | I. 3.2. | 52 |
| **Ev** $_{(ga=0,\ k > 0)}$ | (J) | Deform. energie - pružnoplastický ráz bez skluzu, (114) | II. 3.2.2. | 85 |
| **Evp** $_{(ga,\ k = 0)}$ | (J) | Deform. energie - plastický ráz bez skluzu, (115) | II. 3.2.2. | 85 |
| **En** $_{(\mu = 0)}$ | (J) | Deformační energie - ráz bez tření, (157b) | III. 3.0. | 107 |
| **Enp** $_{(\mu,\ k = 0)}$ | (J) | Deformační energie - plastický ráz bez tření, (157b,c) | III. 3.0. | 107 |
| **Edg** $_{(\ldots\ //\ n)}$ | (J) | Deformační energie - základní složka, (161) | III. 3.0. | 108 |
| **Edr** $_{(\ldots\ //\ t)}$ | (J) | Deformační energie - třecí složka, (162) | III. 3.0. | 108 |
| **$EES_{1,2}$** | (m/s) | Ekvivalentní energetické rychlosti voz. 1, 2, (46, 47, 55) | I. 4.1. | 55 |
| **k** | (1) | Koeficient restituce, (15) | I. 2.0. | 48 |
| **n** $_{(n \perp Phi)}$ | - | Jednotkový vektor nastavení normály dotyku, (19 - a) | I. 2.0. | 49 |
| **μ** | (1) | Tření v bodu dotyku, (42, 101) | I. 3.2.1.1. | 77 |
| **$sD_2/sD_1$** | (1) | Poměr hloubek deformací ve směru impulzu, (43, 44, 49) | I. 4.1. | 55 |
| **$dw_1/dw_2$** | (1) | Poměr diferenciálů def. rychlostí - směr impulzu, (53b) | I. 4.2. | 57 |
| **s (skalár)** | (1) | Relativní skluzová rychlost (skalární veličina), (151) | III. 3.0. | 107 |
| **$GEV_{1,\ 2}$** | (1) | Kontrolní střetový ukazatel (zvlášť) pro voz. 1, 2, (65, 67) | I. 4.4. | 61 |
| **$GEV_{AA}$** | (1) | Kontrolní střetový ukazatel, dle Burga obecný tvar, (73) | I. 4.5.1. | 62 |
| **$GEV_{mitte}$** | (1) | Kontr. střet. ukazatel jako aritm. průměr z $GEV_{1,\ 2,}$ (69) | I. 4.4. | 61 |
| **ξ** | (1) | Poměrná (deformační) tuhost $\xi = sD_2 / sD_1$, (62) | I. 4.4. | 61 |

## P - 2. Přehled použitých substitucí

| Symbol | Jednotka | Popis / základní a související matemat. vztahy | Kapitola | Strana |
|---|---|---|---|---|
| **ΔvB** | (m/s) | Diference dotykových rychlostí def. obl. vozidel, (subst 1) | I. 2.0. | 48 |
| **$S_1$** | (N*s) | Vektor impulzu rázové síly působící na voz. 1, (subst 2) | I. 2.0. | 49 |
| **Enp** | (J) | Deformační energie - plastický ráz bez tření , (subst 4) | III. 3.0. | 107 |
| **Evp** | (J) | Deformační energie - plastický ráz bez skluzu, (subst 5) | III. 3.0. | 107 |
| **R** | (m) | X - ová složka ramene rázu ve směru normály „n“, (79a) | I. 4.5.2. | 64 |
| **G** | (m) | Y - ová složka ramene rázu ve směru normály „n“, (79b) | I. 4.5.2. | 64 |

## P - 3. Přehled použitých zkratek

**EES** - ekvivalentní energetická rychlost (**E**nergy **E**quivalent **S**peed)

**GEV** - kontrolní střetový ukazatel *(poměr změny rychlosti těžiště vozidla k EES)*

**EVU** - Evropská společnost pro výzkum dopravních nehod

**KTL** - tzv. Katalogové listy EVU, viz také literatura [2]

**2D** - tzv. „dvoudimenzionální“ model výpočtu střetu vozidel v rovině x - y

**Edef** - energie absorbovaná v trvalých deformacích vozidel

**$sD_1$, $sD_2$** - hloubky deformací vozidel **1, 2** ve směru působení impulzu rázové síly

**AA** - index pro zavedenou **A**ktivní **A**proximaci, využití vztahu (52)

**Rhomboid - Schnitt:** dvě různé graficko-početní metody pro řešení střetu vozidel

**I - S - V: I**mpuls - **S**piegel - **V**erfahren (hybnostní řešení Rhomboid - Schnitt)

**D - S - V: D**rehimpuls - **S**piegel - **V**erfahren (rotační řešení Rhomboid - Schnitt)

**E - Ring**: Energie-Ring-Verfahren (energetické řešení - prstenec)

**Vollstoß** - zavedené označení v německojazyčné odb. literatuře pro ráz bez skluzu

**DRHI** - **Di**agram **R**ovnováhy **H**ybností a **I**mpulzů

**MDRHI - M**odifikovaný **Di**agram **R**ovnováhy **H**ybností a **I**mpulzů

**$L_1$, $L_2$, $L_3$, $L_4$** - označení vzniklých řešení 1.- 4. (z německého jazyka: die **L**ösung)

**VuF** - významný německý odborný časopis **V**erkehrsunfall **u**nd **F**ahrzeugtechnik

**IE** - expertní program pro analýzu střetu vozidel Impulz Expert

## P - 4. Přehled dovozených závěrů (vět)

***Věta č. 1: Ve směru působení impulzu rázové síly platí, že poměr okamžitých deformačních energií vozidel 1, 2 je roven poměru okamžitých deformačních rychlostí vozidel 1, 2, viz vztah (53b).***

***Věta č. 2: Pokud v průběhu celého střetu byl (zachován) konstantní poměr deformačních rychlostí obou vozidel, pak poměr (celkových) deformačních energií na vozidlech 1, 2 je roven poměru hloubek jejich deformací, viz vztah (45).***

***Věta č. 3: Pokud řešíme v programu PC-Crash střet vozidel se stejnou hmotností*** *(či velmi podobnou hmotností),* ***potom aritmetický průměr z hodnot GEV(1) a GEV(2), které udává tento program nemůže být nižší, než hodnota GEV$_{AA}$*** *(CARAT, KTL EVU).*

***Věta č. 4: Pokud dojde k jakémukoli rázu a měníme hmotnosti vozidel tak, že poměr těchto hmotností zůstane zachován, pak se hodnota GEV$_{AA}$ nezmění.***
*Viz přímo tvar vztahu 75 (73), kdy momenty setrvačnosti $J_1$, $J_2$ lze vyjádřit jako součin konstanty a hmotností $m_1$, $m_2$.*

***Věta č. 5: Pokud dojde k rázu s nulovým třením*** *($\mu = 0$),* ***potom velikost a směr translačních rychlostí vozidel před střetem a velikost úhlových rychlostí vozidel před střetem*** *(tedy vektor diference dotykových rychlostí)* ***nemá žádný vliv na velikost hodnoty GEV$_{AA}$.***
*Viz přímo tvar vztahu (74), kdy $GEV_{AA}$ již není funkcí vektoru ($vB_2$-$vB_1$).*

***Věta č. 6: Při rázu s nulovým třením*** *($\mu = 0$)* ***nemůže být hodnota GEV$_{AA}$ nikdy vyšší, než hodnota GEV$_{AA}$, která je dána vztahem (85). Pokud současně platí, že koeficient restituce je nulový*** *($k = 0$),* ***potom nemůže hodnota GEV$_{AA}$ být nikdy vyšší než …. „1,00“.***
*Bylo již odvozeno, že výsledek vztahu (76) nemůže být nikdy záporný, viz vztahy (80, 75).*

***Věta č. 7: Pokud při rázu s nulovým třením*** *($\mu$ = 0)* ***směřuje impulz do těžišť obou vozidel, potom se jedná o centrický ráz a hodnotu GEVAA lze určit dle speciálního vztahu (85). Pokud je současně koeficient restituce nulový*** *(k = 0),* ***potom tedy platí, že … GEVAA = 1,00.***

***Věta č. 8: Při rázu bez skluzu je hodnota GEVAA úměrná koeficientu restituce „k“ způsobem, který definuje vztah (85)*** *(viz srovnání 85 a 88).*

***Věta č. 10: Impulz bez skluzu „Sv“ lze obecně nahradit impulzem s nulovým třením Sn($\mu$ = 0), pokud je normála dotyku nastavena ve směru tohoto impulzu bez skluzu „n // Sv“.***
*Vozidla nemají tendenci „klouzat“, skluzová rychlost „**ga**“ je nulová a ráz je z pohledu realizace rázových sil „plně efektivní“ - tedy ráz bez skluzu.*

***Věta č. 11: Vektor impulzu „S“ je lineárně závislý na vektoru skluzové rychlosti „ga“,*** *(tedy tzv. rovnice přímky).*

***Věta č. 12: Absorbovaná deformační energie dosahuje maximální hodnoty při plastickém rázu bez skluzu ($Edef_{max}$ = Evp, …. ga = 0, k = 0).***

***Věta č. 13: Pokud je vyjádřena úhlová rychlost vozidla po střetu jako funkce ujeté dráhy, potom zobrazením množiny impulzů*** *(které odpovídají určité úhlové rychlosti)* ***je hyperbola****, viz vztahy (138), (147). Vznik dalších teoretických případů (parabola, elipsa) je u reálných střetů vozidel velmi vzácnou výjimkou.*

***Věta č. 14: Celkovou deformační energii realizovanou při střetu na vozidlech lze rozdělit na základní deformační složku „Edg“ (161) a energii třecí „Edr“ (162).***

***Věta č. 15: Pokud je koeficient restituce nulový*** *(„k = 0“)* ***potom problém dvou energetických řešení při nahrazení „Edef $\leftrightarrow \mu$“ nevznikne - úloha má tedy jediné řešení - každé energii „Edef“ odpovídá jednoznačná hodnota tření „$\mu$“.***

***Věta č. 16: Pokud bychom znali pro daný střet hodnotu „Edg“, pak má úloha při nahrazení „Edef ↔ μ“ vždy jediné řešení - každé energii „Edg“ odpovídá jednoznačná hodnota tření „μ“,*** *viz obr. III/1 - 1. diagram.*

***Věta č. 17: Při nahrazení „Edef ↔ μ“ - v případě „Edef < Ev“ má úloha vždy maximálně jedno řešení (nemusí mít žádné).***

***Věta č. 18: Při nahrazení „Edef ↔ μ“ mohou nastat dvě řešení jedině v případě kdy platí: „Ev ≤ Edef < Evp“.***
*Zvláštním případem tohoto tvrzení je situace kdy platí: „k = 0“. Pak „Ev = Evp“ (157 d), a proto taková úloha nemůže mít dvě řešení nikdy, viz věta č. 15.*

***Věta č. 19: Pokud objektivně dojde k rázu bez skluzu („ga = 0“) potom rázovému řešení musí přesně odpovídat deformační energie „Ev = Edef“.***
*Mezi „**Sv** - vztah (112)“ a „**Ev** - vztah (114)“ existuje pevná vazba - obě veličiny jsou funkcí stejných veličin („**k, M, ΔvB**“).*

***Věta č. 20: Pokud je splněn vztah (175), potom pro nahrazení „Edef ↔ μ“ splývají obě vzniklá energetická řešení v řešení jediné.***

***Věta č. 21: Pro nahrazení „Edef ↔ n“ platí věty č. 17, 18 avšak je třeba vyloučit ta řešení rázu, která se nachází ve falešné části třecího oka****, viz obr. III/5a. Neplatí pouze poznámka v závorce na konci věty č. 17.*

***Věta č. 22: Problematické teoretické případy pro vznik více energetických řešení „Evp > Edef > Ev“ lze v praxi vyřešit tím, že můžeme považovat za korektní splnění energetické podmínky kterékoli řešení z intervalu {Ev, Evp}.***
*Důvodem je omezená schopnost určit vstupní údaj „**Edef**“ dostatečně přesně.*

***Věta č. 23: Pokud dojde k porušení struktury deformační oblasti jednoho z vozidel - tedy nedojde k vyrovnání dotykových rychlostí ve směru normály dotyku na konci kompresní fáze deformace, potom je při řešení rázu bez skluzu nezbytné využít zápornou hodnotu koeficientu restituce „- k“.***

***Věta č. 24: Hodnota záporného koeficientu restituce vyjadřuje míru přenosu rázových sil vůči rázových silám, které by vznikly, pokud by standardně proběhla kompresní i restituční fáze deformace … k $\in$ ( -1, 0 ).***

***Věta č. 25: Pokud dojde k porušení struktury deformační oblasti jednoho z vozidel, potom vždy existuje řešení rázu se skluzem. Požadovaný impulz lze nalézt kombinací vhodného nastavení roviny rázu „Phi“ (Phi $\rightarrow \Delta$vB), kladného koeficientu restituce „k“ a velmi vysokého tření „$\mu$“*** *(například „$\mu$ = 3 - 5“).*
*Při řešení rázu se skluzem tedy není současná aplikace vysokého tření „$\mu$“ a záporného koeficientu restituce „-k“ principiálně nutná.*

***Věta č. 26: Pro jakýkoli ráz se skluzem existuje vždy nekonečně velká množina sad hodnot rázových veličin (k, $\mu$, n), která vede k identickému impulzu.***
*Určitý daný vektor impulzu lze nastavit například těmito sadami hodnot rázových veličin* ***(k = 0.05, $\mu$ = 0.71, n = 62.5°*** *nebo* ***k = 0.1, $\mu$ = 0.82, n = 66.5°*** či také například ***k = 0.15, $\mu$ = 0.92, n = 69.6°*** atd.).

V Olomouci dne 21. září 2016 Ing. Vlastimil Rábek, Ph.D.